

# MIL PROJECCIONS PER A UN MAPAMUNDI, o l'impossible art d'aplanar la Terra

## Les dificultats de l'aixecament cartogràfic

Representar la Terra de forma satisfactòria en un mapa constitueix un vell problema de difícil solució, com ja era ben sabut en el món antic.

En realitat, des del moment que els grecs (Eratòstenes, Posidoni i Claudi Ptolemeu, entre d'altres) atorgaren al planeta un model esfèric, els geòmetres i matemàtics van ésser ben conscients de la seva irrepresentabilitat sobre una superfície plana. Efectivament, a diferència dels cons, dels cilindres o dels poliedres, l'esfera i totes les formes esferoïdals presenten una superfície no desenrotllable, impossible per tant d'ésser aplanada sense introduir-hi serioses alteracions dimensionals. Estrictament parlant, i per més que pugui sorprendre, un mapa, és a dir, una representació plana i a escala d'un territori, és una obra teòricament irrealitzable degut a aquesta curvatura esferoïdal de la superfície terrestre.

Per sort, a la pràctica, en territoris de limitades dimensions el problema pot ésser obviat per insignifi-

cant i, generalment, fins i tot en treballs topogràfics de la més alta precisió, no es té en compte aquest factor si les distàncies extremes no superen els 4 o 5 km. A mesura que s'augmenta la superfície que es vol representar, però, el problema va prenent major transcendència, fins que assoleix la màxima dificultat en la representació de continents sencers o, més encara, del mateix globus terraquí complet. A partir d'aquelles dimensions, certament, no es pot ja ignorar el problema. Ben al contrari, es fa imprescindible conèixer amb certesa el tipus de transformació que convindrà més en cada cas i quins efectes –negatius o positius– produiran les alteracions matemàtiques que se'n derivin.

Tanmateix, les dificultats de cartografiar la Terra s'incrementen i es multipliquen encara més perquè el nostre planeta no té una forma perfectament esfèrica. I a l'aplatament provocat per les forces centrífugues originades per la rotació terrestre, s'hi han d'afegir les conseqüències de les considerables anomalies gravimètriques provocades especialment per la irregular distribució de les seves masses i les densitats.

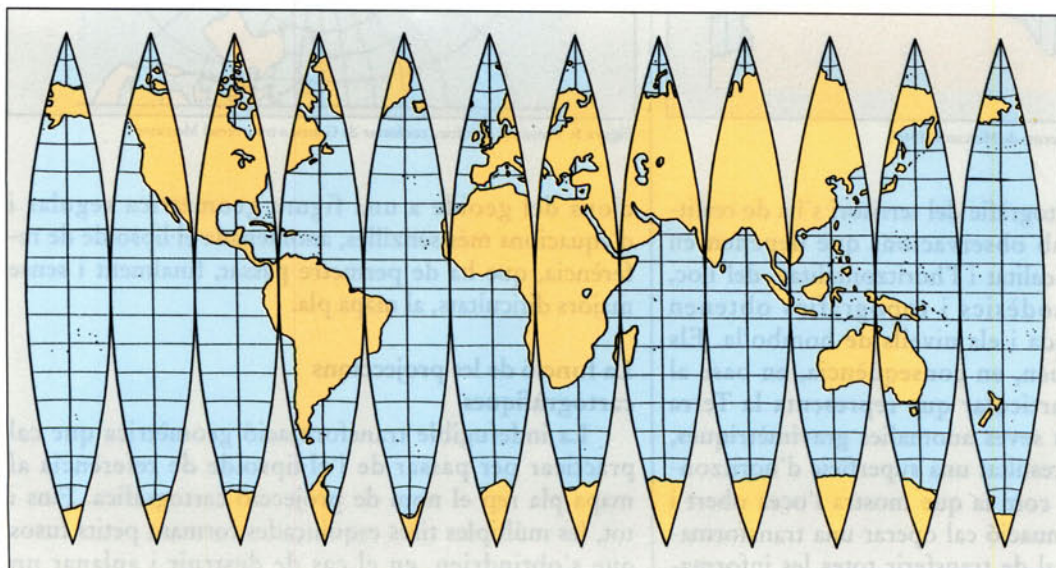


Figura 1: El globus resolt en dotze fusos

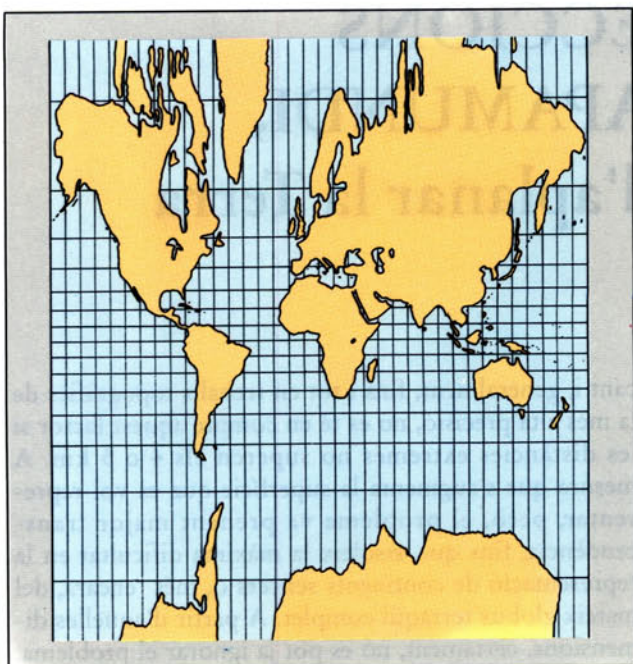


Figura 2: Projectió cilíndrica perspectiva, paral·lel de referència: Equador

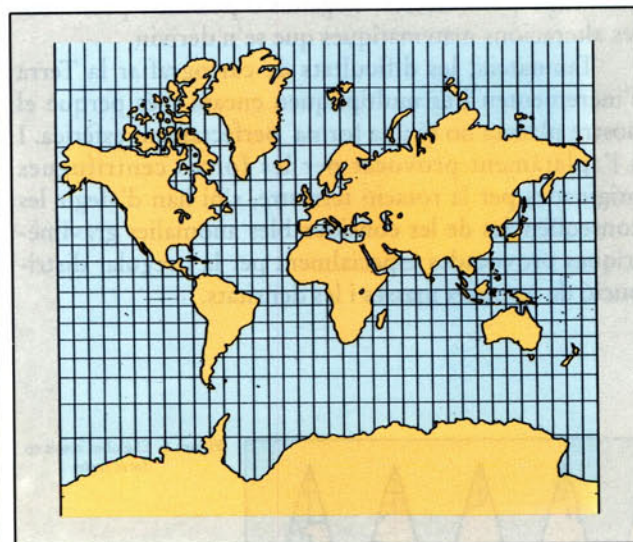


Figura 3: Projectió cilíndrica conforme de Mercator (1569)

L'aixecament cartogràfic del territori s'ha de realitzar forçosament amb observacions que depenen en bona part de la verticalitat i l'horitzontalitat del lloc, que els aparells geodèsics i topogràfics obtenen mitjançant la plomada i els nivells de bombolla. Els aixecaments s'efectuen, en conseqüència, en base al geoide, esferoide particular que representa la Terra tenint en compte les seves anomalies gravimètriques, les quals donen per resultat una superfície d'horitzontalitat equipotencial, com la que mostra l'oceà obert i en equilibri. A continuació cal operar una transformació matemàtica per tal de transferir totes les informa-

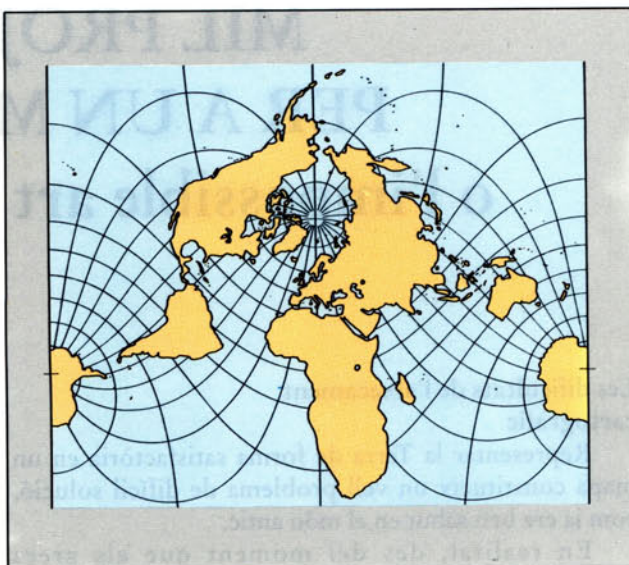


Figura 4: Projectió cilíndrica conforme obliqua



Figura 5: Projectió cilíndrica conforme de Gauss, o transversal Mercator

cions del geoide a una figura geomètrica regular i d'equacions més senzilles, anomenada el·lipsoide de referència, que ha de permetre passar, finalment i sense majors dificultats, al mapa pla.

### La funció de les projeccions cartogràfiques

La indefugible transformació geomètrica que cal practicar per passar de l'el·lipsoide de referència al mapa pla rep el nom de projectió cartogràfica. Fins i tot, les múltiples tires esquincades formant petits fusos que s'obtidrien, en el cas de destruir i aplanar un

Figura 6: Projectió cilíndrica equivalent de Lambert, paral·lel de referència: Equador

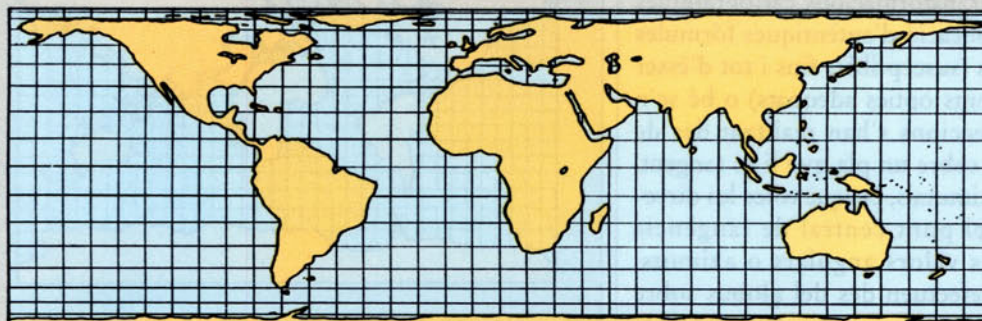


Figura 7: Projectió cilíndrica equivalent de Behrmann, paral·lel de referència 30°

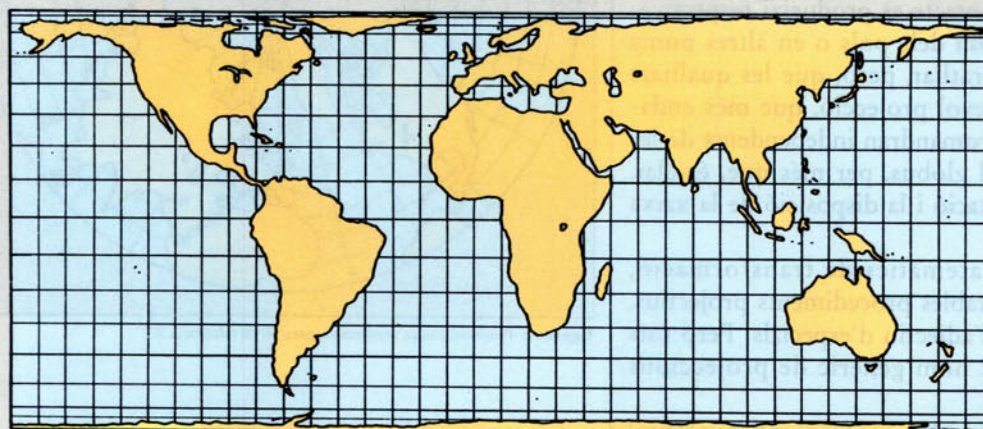


Figura 8: Projectió cilíndrica equivalent de Peters, paral·lel de referència 45°

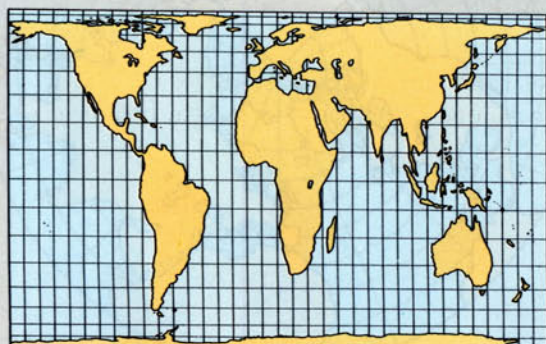
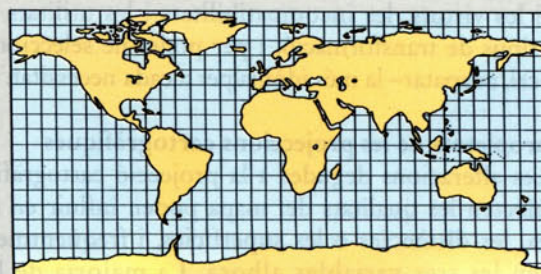


Figura 9: Projectió cilíndrica equidistant, paral·lel de referència: Equador



globus terraquí, quedarien afectades per alteracions dimensionals i constituïrien, per dir-ho així, una projecció cartogràfica (figura 1).

Algunes d'aquestes transformacions cartogràfiques són conseqüència de l'aplicació d'autèntiques fórmules geomètriques projectives (susceptibles fins i tot d'ésser mostrades amb instruments òptics adequats) o bé se'n deriven. Quan les projeccions s'han realitzat des de l'el·lipsoide directament sobre un pla que li és tangent, s'anomenen zenitals o azimutals, perquè totes les direccions que parteixen del punt central de tangència mantenen els veritables valors angulars o azimuts. Quan les projeccions s'efectuen des del globus sobre un con o un cilindre tangents que, posteriorment tallats per una generatriu, seran desenrotllats i aplanats, reben el nom de projeccions còniques o cilíndriques, respectivament.

La posició de l'el·lipsoide respecte de la superfície de projecció —pla, con o cilindre— pot ésser equatorial (o directa), polar (o transversa), o bé obliqua, segons que la tangència o el contacte es produeixi respectivament en l'equador, en un dels pols o en altres punts intermedis. Convé subratllar, però, que les qualitats matemàtiques de qualsevol projecció, que més endavant seran analitzades, romandran independents de les posicions que adopti el globus, per més que, és clar, l'aspecte de la representació i la disposició de la xarxa canviïn.

Altres sistemes matemàtics de transformació, menys inspirats en veritables procediments projectius, solen designar-se amb l'adjectiu d'especials. Però tots reben, per extensió, el nom genèric de projeccions cartogràfiques.

Com ja s'ha exposat al començament, qualsevol projecció cartogràfica sempre implica, inevitablement, inexactituds amb alguna o altra alteració, però així mateix cal fer notar que, moltes d'elles, ofereixen també avantatges notables que no s'obtidrien ni tan sols directament a partir d'un globus tridimensional. L'estudi analític de les propietats dels diversos sistemes projectius i de cada projecció en particular ha de servir, en conseqüència, per descobrir i conèixer amb detall els problemes i les virtuts, les incompatibilitats i les utilitats de cada tipus de transformació, i per poder-ne seleccionar —i, si cal, adaptar— la més idònia per a cada necessitat.

### Les propietats de les projeccions cartogràfiques

Les alteracions degudes a la projecció cartogràfica que afecten les qualitats del mapa poden influir en els angles, les distàncies o les superfícies, i freqüentment afecten les tres variables alhora. La majoria de les projeccions utilitzades aconsegueixen respectar totalment una sola de les variables a costa d'alterar les altres. Més concretament, l'obtenció de la proporcionalitat en

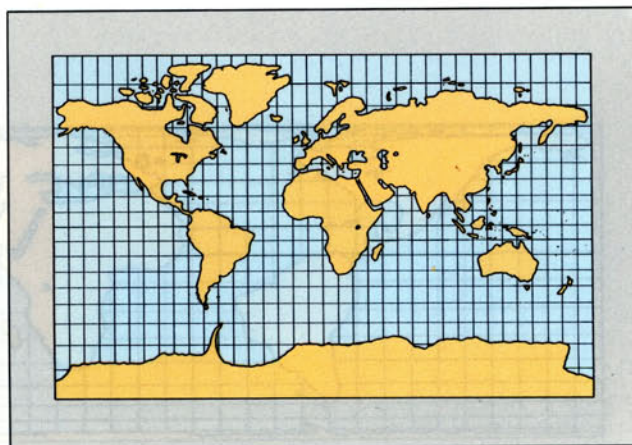


Figura 10: Projecció cilíndrica estereogràfica de Gall (afilàctica)

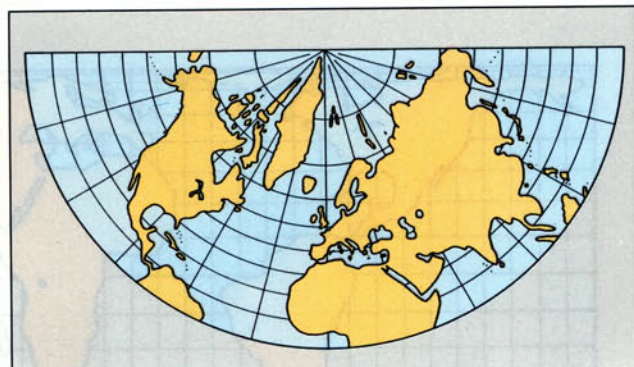
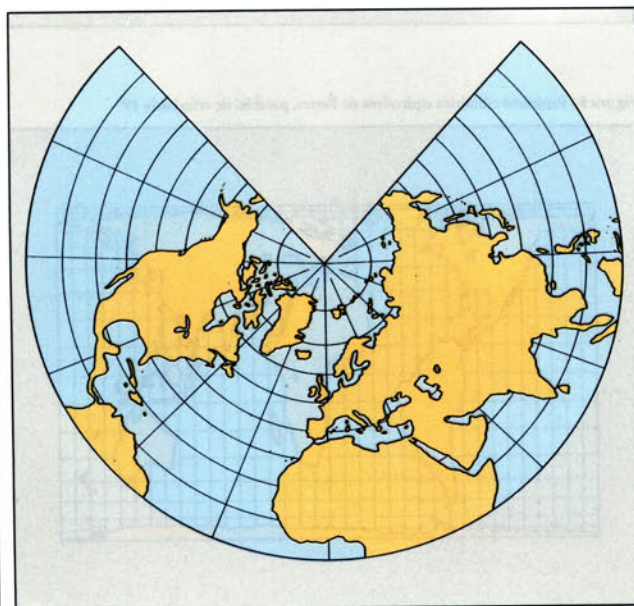


Figura 11: Projecció cònica perspectiva, paral·lel de referència 30°

Figura 12: Projecció cònica conforme de Lambert, paral·lel de referència 45°



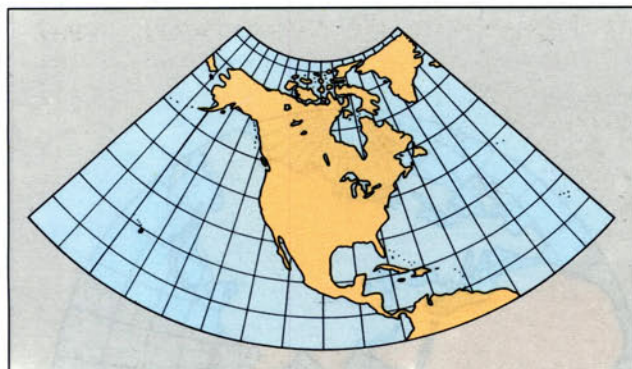


Figura 13: Projecció cònica equivalent d'Albers, paral·lels de referència  $29^{\circ}1/2$  i  $45^{\circ}1/2$  N

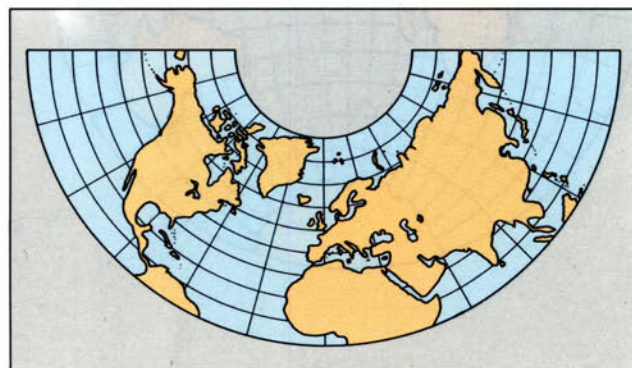


Figura 14: Projecció cònica equidistant, paral·lel de referència  $30^{\circ}$

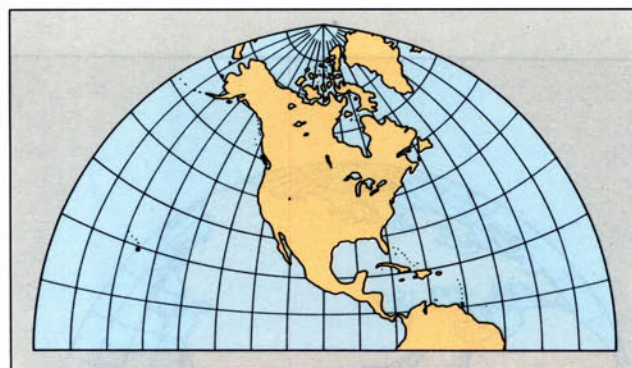


Figura 15: Projecció policònica de F. Hassler

els valors de les superfícies és matemàticament incompatible amb el manteniment dels valors angulars, mentre que, en el millor dels casos, les distàncies només poden aconseguir-se a mateixa escala constant del mapa en determinades direccions, mai en totes.

Les projeccions que conserven correctes els valors angulars sobre punts (no entre punts distants), i per tant les formes, solen anomenar-se conformes, però sovint han estat definides amb els qualificatius d'ortomòrfiques o ortomorfe, equiangulars, autogonals, soogòniques, isogòniques, etc. Aquestes projeccions resulten fonamentals per a tots aquells treballs que impliquin determinacions exactes de l'orientació, dels

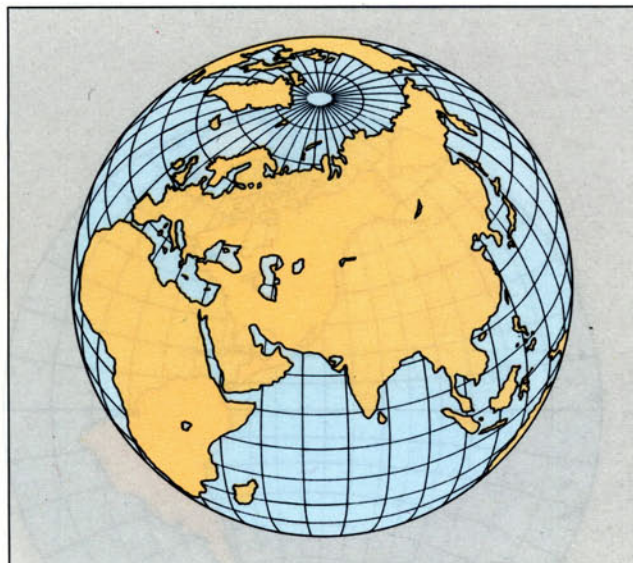


Figura 16: Projecció azimutal ortogràfica, obliqua

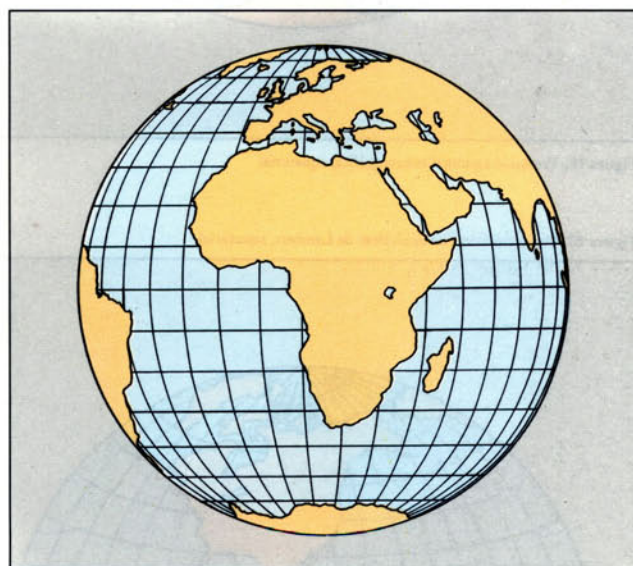


Figura 17: Projecció azimutal ortogràfica, equatorial

rumbs o de les direccions, és a dir, per al seguiment de trajectòries ja establertes i sobre tot per a la navegació.

Les projeccions que aconseguixen mantenir la proporcionalitat de les superfícies es distingeixen per la denominació d'equivalents (o equiàrees), o també, més rarament, autàliques. La representació de variables geogràfiques que impliquin valors de superfície (com usos del sòl, densitats, valoracions i comparacions d'àrees, etc.) requereix necessàriament l'ús de mapes traçats amb aquest tipus de projeccions.

Les projeccions anomenades equidistants (o automecoiques) presenten l'escala constant en les distàncies entre paral·lels geogràfics (qualitat interessant per

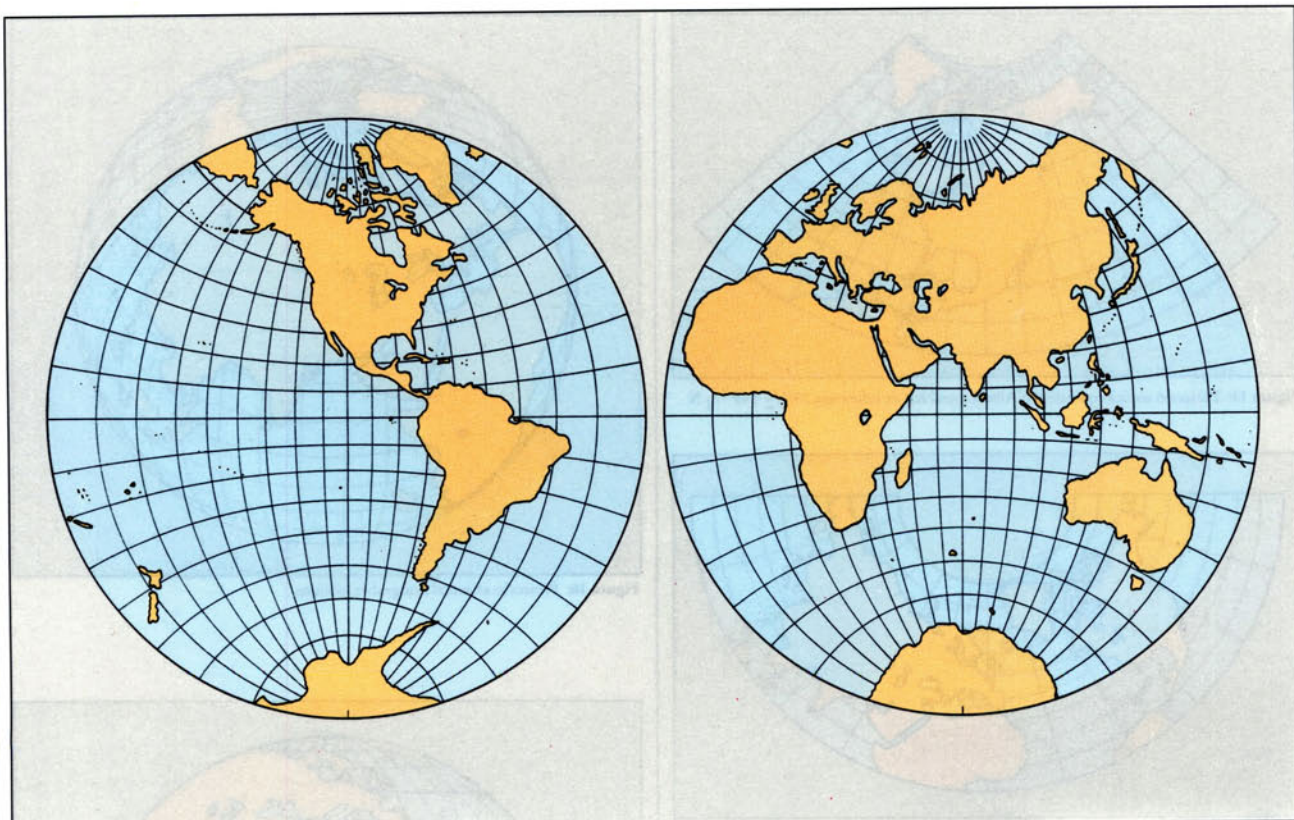
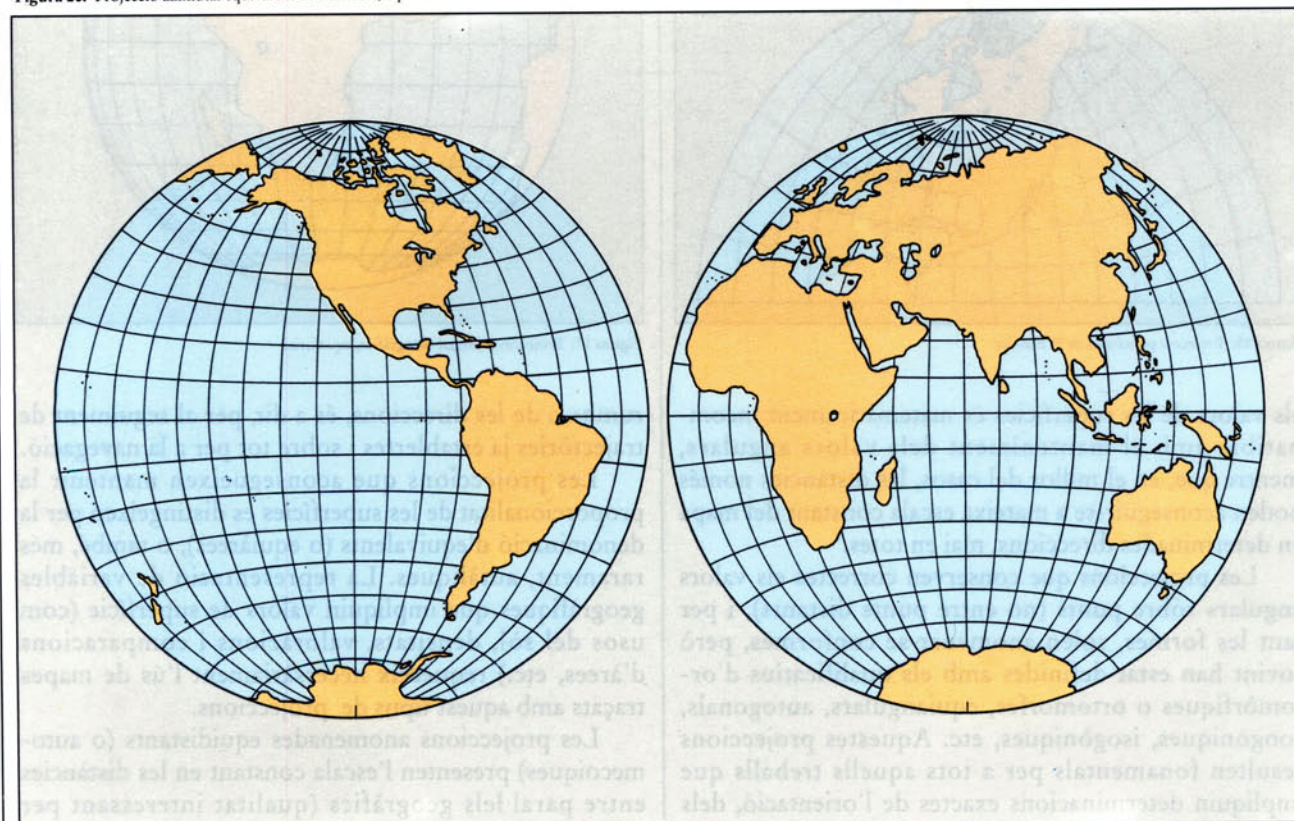


Figura 18: Projectió azimutal estereogràfica, equatorial

Figura 20: Projectió azimutal equivalent de Lambert, equatorial



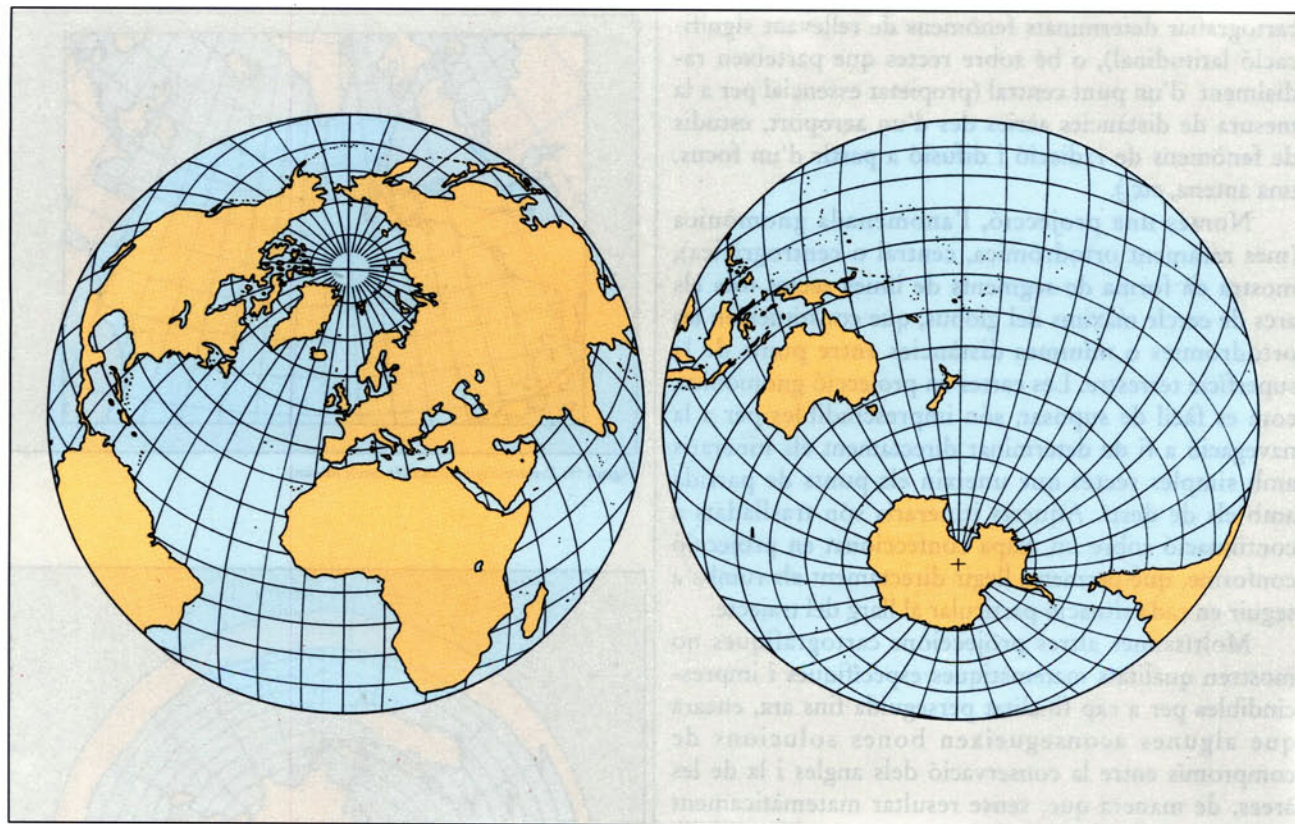
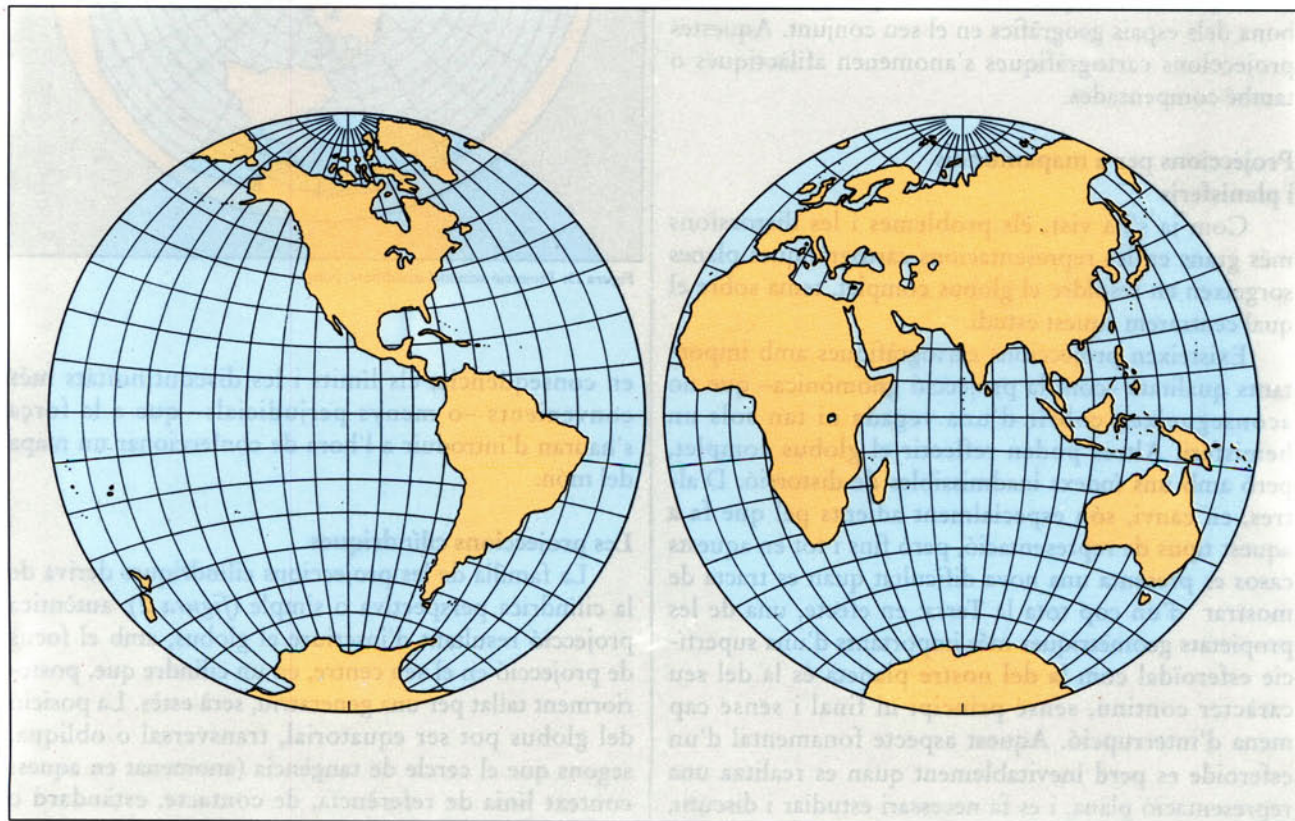


Figura 21: Projectió azimutal equivalent de Lambert, obliqua (hemisferi terrestre i hemisferi marítim)

Figura 22: Projectió globular de Nicolosi (afilàctica)



cartografiar determinats fenòmens de rellevant significació latitudinal), o bé sobre rectes que parteixen radialment d'un punt central ( propietat essencial per a la mesura de distàncies aèries des d'un aeroport, estudis de fenòmens de radiació i difusió a partir d'un focus, una antena, etc.).

Només una projecció, l'anomenada gnomònica (més rarament ortodròmica, central o centrogràfica), mostra en forma de segments de línies rectes tots els arcs de cercle màxims del globus, que constitueixen les ortodròmies o mínimes distàncies entre punts de la superfície terrestre. Les cartes en projecció gnomònica, com es fa de suposar, són imprescindibles per a la navegació a fi de determinar directament els itineraris amb simples rectes que uneixen els punts de partida amb els de destí. Aquests itineraris són traslladats a continuació sobre un mapa confeccionat en projecció conforme, que permetrà llegir directament els rumbos a seguir en cada situació particular al llarg del trajecte.

Moltíssimes altres projeccions cartogràfiques no mostren qualitats matemàtiques específiques i imprescindibles per a cap finalitat perseguida fins ara, encara que algunes aconsegueixen bones solucions de compromís entre la conservació dels angles i la de les àrees, de manera que, sense resultar matemàticament conformes ni equivalents, produeixen mapes d'aspecte molt acceptable per a determinats usos i aproximacions de caràcter qualitatiu: il·lustració, didàctica, publicitat, etc., i permeten especialment una percepció bastant bona dels espais geogràfics en el seu conjunt. Aquestes projeccions cartogràfiques s'anomenen afilàctiques o també compensades.

### Projeccions per a mapamundis i planisferis

Com ja s'ha vist, els problemes i les distorsions més grans en les representacions cartogràfiques planes sorgeixen en resoldre el globus complet, tema sobre el qual centrarem aquest estudi.

Existeixen projeccions cartogràfiques amb importants qualitats —com la projecció gnomònica— que no aconsegueixen cobrir d'una vegada ni tan sols un hemisferi. Altres poden reflectir el globus complet, però amb uns índexs inadmissibles de distorsió. D'altres, en canvi, són especialment adients pel que fa a aquest tipus de representació, però fins i tot en aquests casos es presenta una nova dificultat quan es tracta de mostrar d'un cop tota la Terra: en efecte, una de les propietats geomètriques més importants d'una superfície esferoïdal com la del nostre planeta és la del seu caràcter continu, sense principi ni final i sense cap mena d'interrupció. Aquest aspecte fonamental d'un esferoide es perd inevitablement quan es realitza una representació plana, i es fa necessari estudiar i discutir,

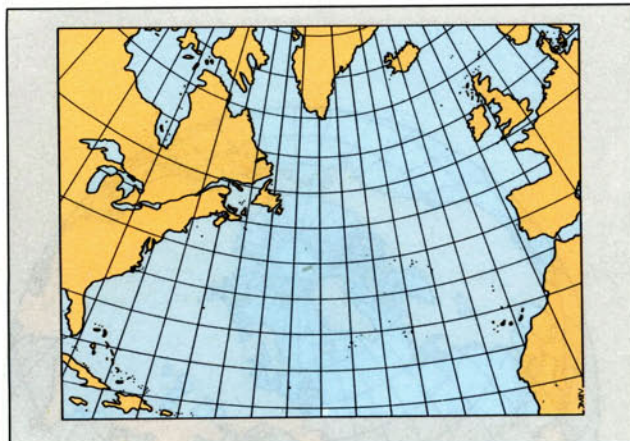


Figura 19: Projecció gnomònica (de cercle màxim)

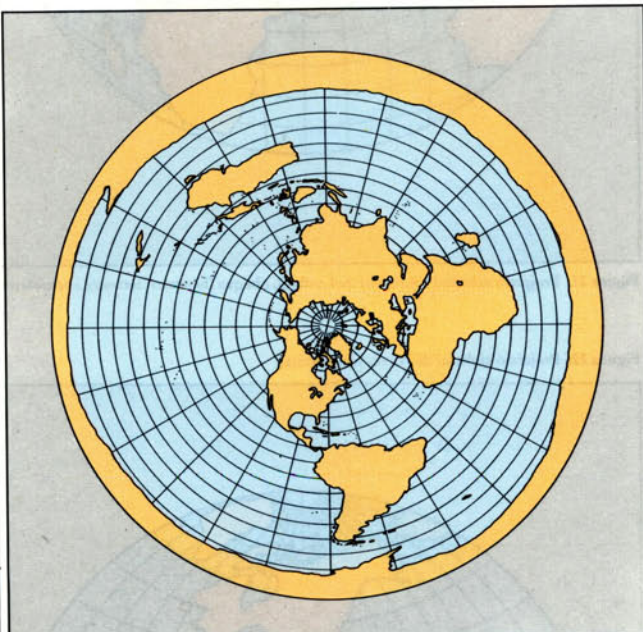


Figura 23: Projecció azimutal equidistant, polar

en conseqüència, els límits i les discontinuïtats més convenientes —o menys perjudicials— que a la força s'hauran d'introduir a l'hora de confeccionar un mapa del món.

### Les projeccions cilíndriques

La família de les projeccions cilíndriques deriva de la cilíndrica perspectiva o simple (figura 2), autèntica projecció resultant d'inscriure el globus, amb el focus de projecció en el seu centre, en un cilindre que, posteriorment tallat per una generatriu, serà estès. La posició del globus pot ser equatorial, transversal o obliqua, segons que el cercle de tangència (anomenat en aquest context línia de referència, de contacte, estàndard o

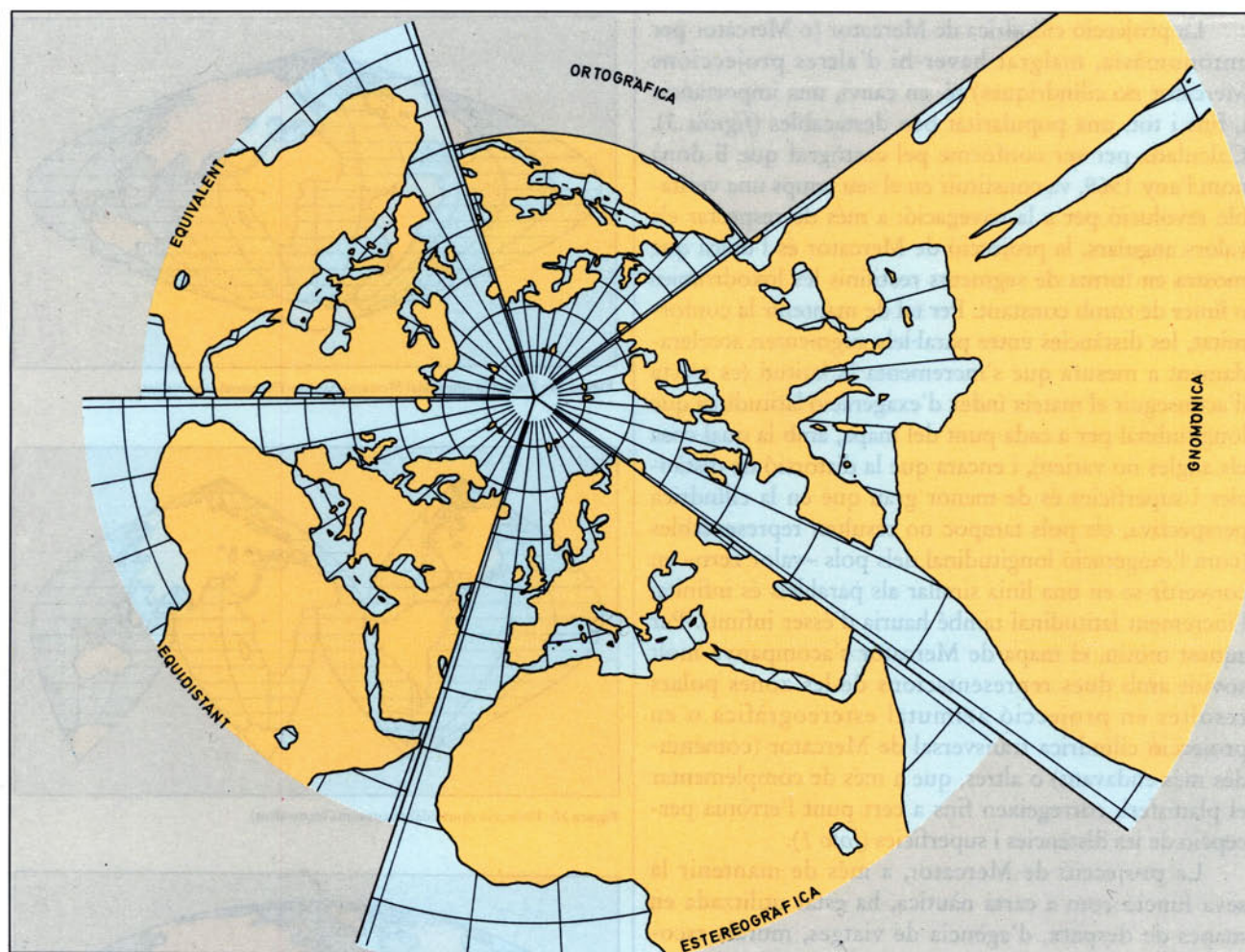


Figura 25: Comparació de les cinc projeccions azimuthals, en posició polar

Figura 24: Projecció azimuthal equidistant, obliqua



automecoica) coincideixi respectivament amb l'equador, amb un meridià i el seu antimeridià, o bé amb un altre cercle màxim. En el cas més freqüent, el de posició equatorial, el resultat és una xarxa ortogonal amb tots els meridians rectes, equidistants (si equidistants s'han pres del globus, per exemple cada  $10^\circ$ ) i paral·lels entre ells. Per altra banda, les diferències en les pautes de l'espaiat dels paral·lels geogràfics constitueixen, de fet, la clau per a determinar de quin tipus concret de cilíndrica es tracta. En el cas de la cilíndrica perspectiva que exposàvem, els paral·lels es distancien entre ells de forma molt accelerada a mesura que s'allunyen de l'equador, produint una grotesca deformació a les altes latituds. Els pols són irrepresentables per quedar projectats a l'infinit. La projecció cilíndrica perspectiva altera greument els angles, les distàncies i les superfícies, i no presenta cap qualitat que la faci útil per a cartografia terrestre. Només té alguna aplicació en estudis astronòmics a la vegada que manté, sens dubte, un cert interès didàctic per ser el model inspirador de tota la família de les projeccions cilíndriques.

La projecció cilíndrica de Mercator (o Mercator per antonomàsia, malgrat haver-hi d'altres projeccions Mercator no cilíndriques) té, en canvi, una importància i, fins i tot, una popularitat ben destacables (figura 3). Calculada per ser conforme pel cartògraf que li donà nom l'any 1569, va constituir en el seu temps una veritable revolució per a la navegació: a més de respectar els valors angulars, la projecció de Mercator és l'única que mostra en forma de segments rectilinis les loxodròmies o línies de rumb constant. Per tal de mantenir la conformitat, les distàncies entre paral·lels augmenten acceleradament a mesura que s'incrementa la latitud (es tracta d'aconseguir el mateix índex d'exageració latitudinal que longitudinal per a cada punt del mapa, amb la qual cosa els angles no varien), i encara que la distorsió de distàncies i superfícies és de menor grau que en la cilíndrica perspectiva, els pols tampoc no resulten representables (com l'exageració longitudinal dels pols –valor zero– en convertir-se en una línia similar als paral·lels és infinita, l'increment latitudinal també hauria d'ésser infinit). Per aquest motiu, el mapa de Mercator s'acompanya molt sovint amb dues representacions de les zones polars resoltes en projecció azimuthal estereogràfica o en projecció cilíndrica transversal de Mercator (comentades més endavant) o altres, que a més de complementar el planisferi, corregeixen fins a cert punt l'errònia percepció de les distàncies i superfícies (foto 1).

La projecció de Mercator, a més de mantenir la seva funció com a carta nàutica, ha estat utilitzada en mapes de despatx, d'agència de viatges, murals escolars, llibres de text, atles, etc. (Rand McNally, (foto 2), George Philip, Freytag-Berndt, Bartholomew, Esselte, IGN francès, i molts d'altres), motiu pel qual se li atribueix la responsabilitat de certs errors en la percepció de les superfícies. Però la crítica sembla exagerada si es té en compte que és prou apta per a molts usos i que en la major part dels casos es presenta al costat d'altres projeccions equivalents.

Amb els mateixos principis matemàtics, però modificant la posició teòrica del globus, s'obté la projecció cilíndrica conforme obliqua (figura 4), i la cilíndrica conforme transversal de Lambert o simplement transversal de Mercator, també anomenada de Gauss-Krüger als països europeus anglosaxons, i de Gauss-Boaga a Itàlia (figura 5). Aquesta última, millorada amb cilindres secants que tallen el globus per dues circumferències separades 360 km i tractada de forma discontinua en 60 fusos, dona lloc a la projecció Universal Transversal Mercator (UTM), important sistema destinat a mapes sectorials de gran escala, cada cop més emprat a tot el món, però que s'allunya de la problemàtica del mapamundi i del planisferi ara tractada.

Dins la família de les projeccions cilíndriques hi tenen també un lloc les projeccions que conserven les

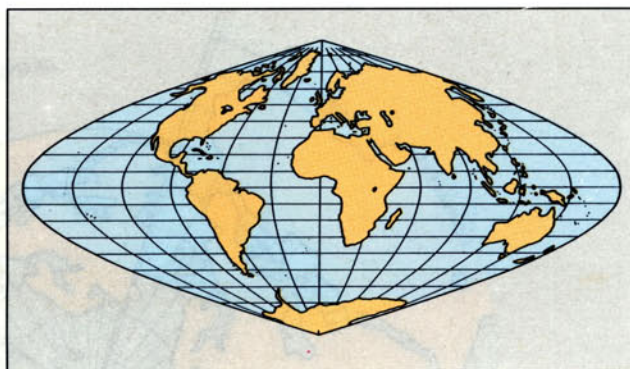


Figura 26: Projecció sinusoidal Mercator-Sanson-Flamsteed (equivalent)

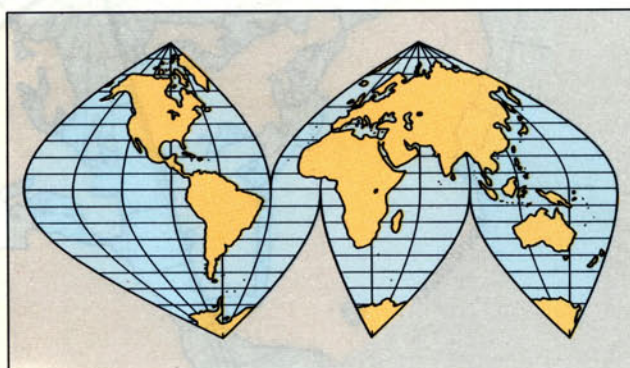


Figura 27: Projecció sinusoidal discontinua (equivalent)

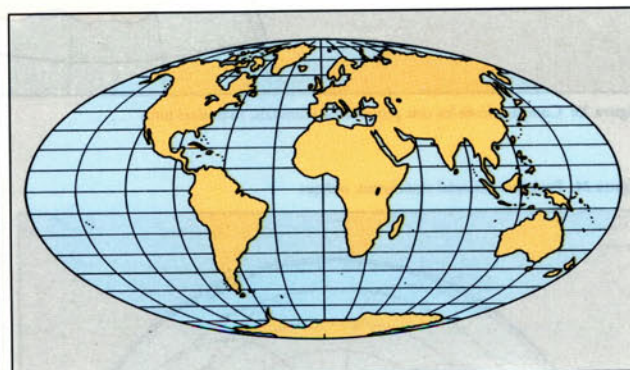
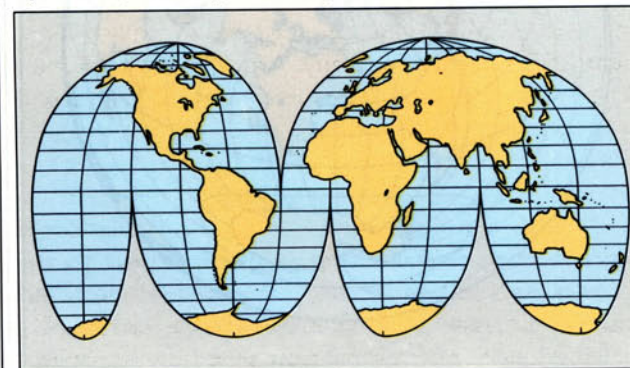


Figura 28: Projecció homogràfica de Mollweide (equivalent)

Figura 29: Projecció homogràfica interrompuda de Paul Goode (equivalent)



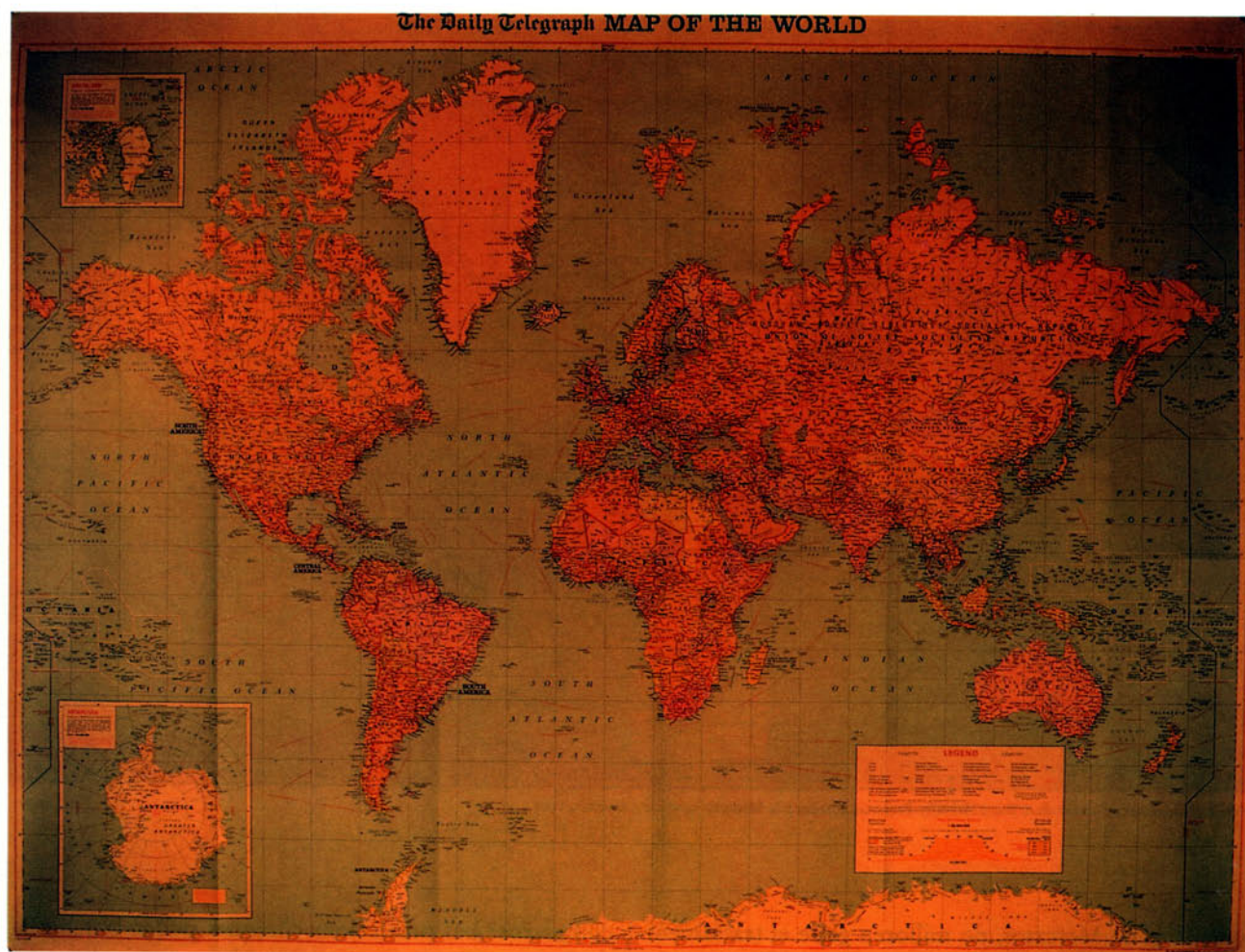


Foto 1: Mapamundi *The Daily Telegraph*. Projectió de Mercator, amb dues projeccions conformes de Gauss per a les zones polars

(Foto: autor)

àrees. La més antiga (1772) és la cilíndrica equivalent de Lambert (figura 6) que s'obté fàcilment projectant ortogonalment el globus sobre el cilindre. Produeix un mapa molt allargat i poc utilitzat degut a la greu anamorfosi que genera a les altes latituds. L'any 1910 un geògraf alemany, Walter Berhmann, va millorar el mapamundi equivalent de Lambert prenent com a línies de referència els paral·lels  $30^{\circ}$  N i  $30^{\circ}$  S en lloc de l'equador, repartint així l'anamorfosi entre les zones de baixa latitud i les d'alta latitud (figura 7). Més recentment (1974), un altre alemany, Arno Peters, ha proposat i promocionat, amb una desmesurada i equívoca propaganda, un nou mapamundi (*Kümmerly+Frei*, UNESCO, *Universum*, PNUD, CIEMEN, *Vicens-Vives*, etc.) que pren com a referència els paral·lels  $45^{\circ}$  N i  $45^{\circ}$  S (figura 8), però la modificació no perfecciona massa el mapa de Berhmann, ja que les zones polars milloren molt poc, mentre que comencen a ressentir-se amb formes massa deprimides les terres intertropicals. De fet, es poden realitzar infinites propostes de projec-

cions cilíndriques equivalents agafant parelles diferents de paral·lels homòlegs.

Les projeccions cilíndriques equidistants –igual distància entre paral·lels– s'anomenen també equirectangulars per l'aspecte del seu reticulat regular, i permeten un traçat ben senzill. L'equidistància pot calcular-se amb la mateixa escala de l'equador, que donarà la carta *Plate Carrée* (figura 9) –ja utilitzada al segle II pel geògraf grec Marinos de Tir–, o bé amb la de qualsevol parella de paral·lels homòlegs. Actualment, només s'usa en petits planisferis temàtics (*Esselte Map* i d'altres).

Algunes projeccions cilíndriques afilàctiques han gaudit, especialment als Estats Units, d'una popularitat realment immerescuda. Tal és el cas de l'estereogràfica de Gall (figura 10), projectada estereogràficament amb el cilindre secant als paral·lels  $45^{\circ}$  N i  $45^{\circ}$  S (encara utilitzada per George Philip, i amb modificacions per *The Penguin*) o la de Miller (*Rand McNally*, per exemple), d'aparença molt semblant. Si es comparen amb la

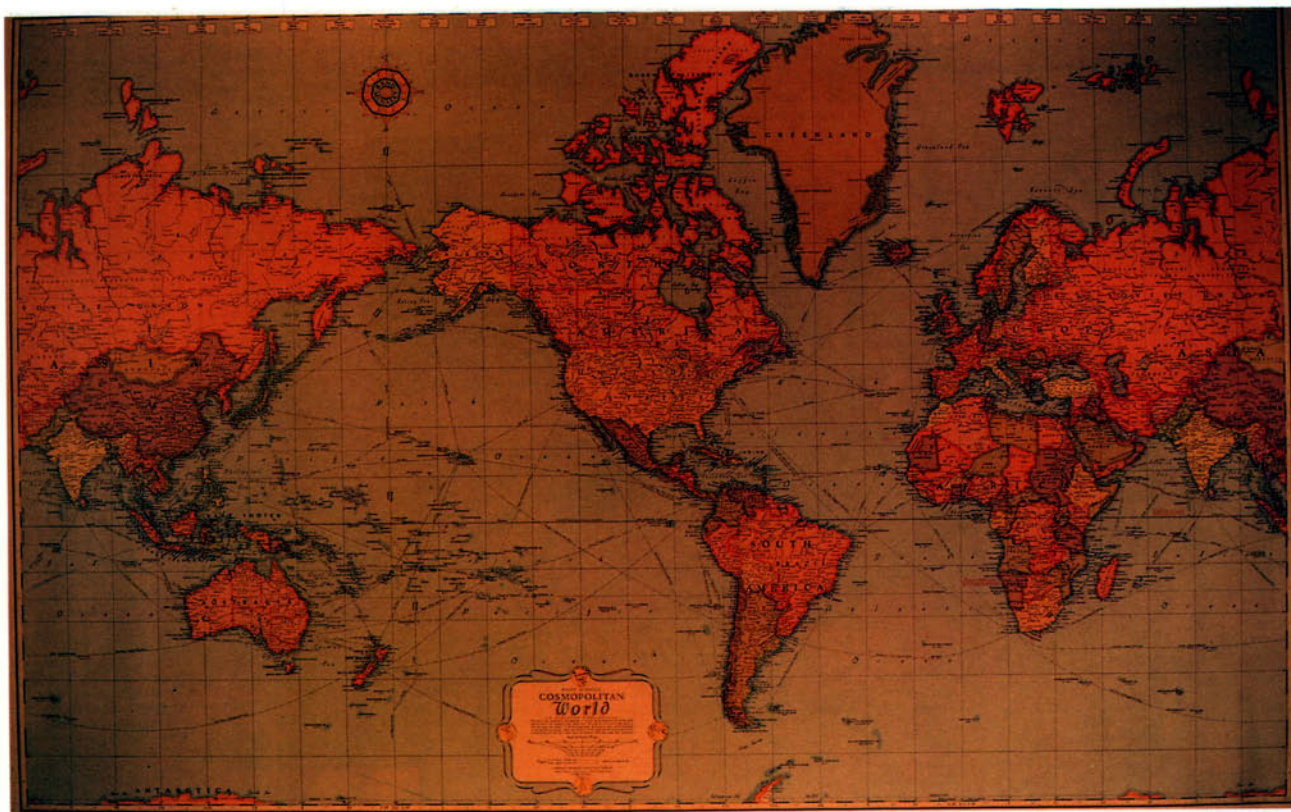


Foto 2: Mapamundi *Cosmopolitan* Rand McNally. Projectió cilíndrica de Mercator centrada a Amèrica, 1896

(Foto: autor)

cilíndrica de Mercator, no milloren gaire el tractament de les distàncies i superfícies, mentre perden a canvi la notable qualitat de conformitat que aquella té.

En conjunt, totes les projeccions cilíndriques presenten l'avantatge del seu elemental esquema reticular ortogonal (que pot quedar netament determinat amb simples traços sobre el marc del mapa), el qual, a més de facilitar el retolat, permet centrar el mapa en qualsevol regió (foto 2) i seccionar-ne qualsevol fragment quadrat o rectangular. En contrapartida, tota projecció cilíndrica presenta un aspecte massa diagramàtic, poc associatiu amb el globus i amb enormes exageracions longitudinals a les latituds altes.

### Les projeccions còniques

Encara que sense definir analíticament, ja en el segle II a.C. Hiparc de Nicea va realitzar projeccions còniques que perfeccionà més tard Claudi Ptolemeu, però la seva formulació matemàtica no s'establí fins al segle XVIII.

Les superfícies de projecció còniques poden interpretar-se matemàticament com a intermèdies entre les cilíndriques i les planes. L'eix del globus sol fer-se coincidir, en aquest cas, amb l'eix natural del con, ja que les altres posicions generen reticulats molt asimètrics i

complexos. Les projeccions còniques poden obtenir-se de forma autènticament perspectiva a partir d'un sol paral·lel tangent (figura 11) o bé a partir de dos paral·lels secants. Les còniques perspectives o simples no presenten cap qualitat matemàtica destacada, però, sobretot en el cas de dos paral·lels secants, poden proporcionar representacions prou acceptables en franges latitudinals estretes o, com a màxim, en un hemisferi.

També a la família de les còniques s'obtenen, per càlcul matemàtic a partir d'un o dos paral·lels de referència, projeccions conformes atribuïdes a Lambert (figura 12), utilitzades en les cartes aeronàutiques a escala 1:1 000 000 i en l'antic mapa militar de l'Estat espanyol a escala 1:50 000.

La cònica equivalent amb un paral·lel de referència data de 1772 i es deu també a Lambert, mentre que la que parteix de dos paral·lels fou calculada per H. C. Albers l'any 1805 (figura 13) i ha estat molt utilitzada en aixecaments topogràfics relativament extensos.

La projecció cònica equidistant, confusonàriament anomenada també simple (com la perspectiva), amb un paral·lel de referència (figura 14) o amb dos, ha estat força utilitzada en cartografia de petita escala per a atlas, però només per a la representació d'un sol hemisferi, com a molt.

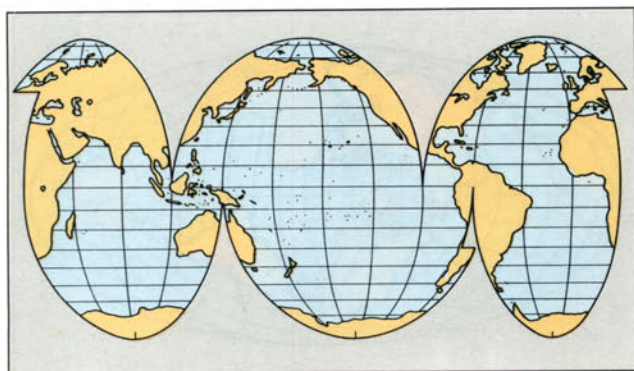


Figura 30: Projectió homològica interrompuda de Paul Goode, respectant els oceans (equivalent)

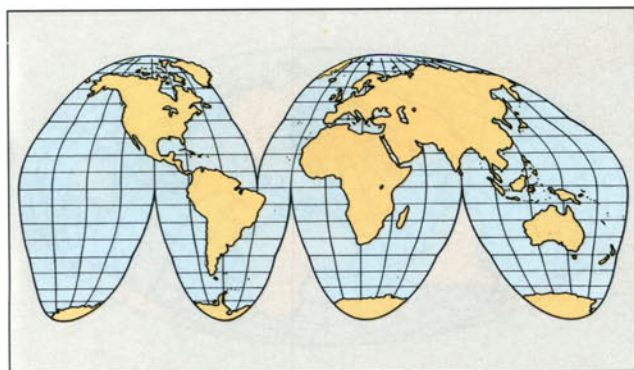


Figura 31: Projectió homològica de Paul Goode (equivalent)

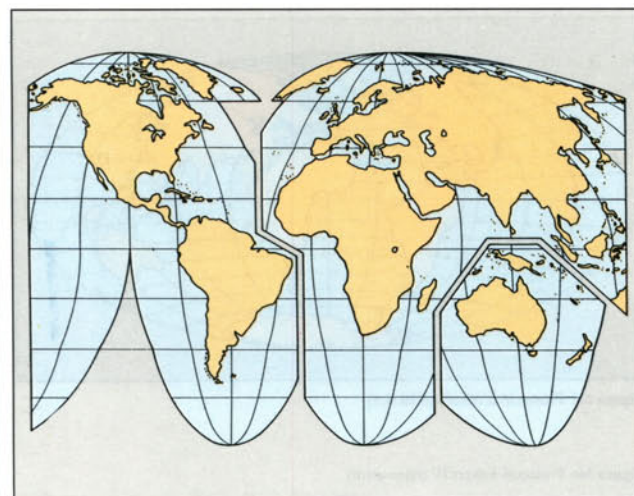


Figura 32: Condensació aplicada a la projectió homològica de Paul Goode

La confecció d'un mapamundi compost per dues projeccions còniques oposades és perfectament factible, però s'ha realitzat molt poques vegades a causa de les discontinuïtats inoportunes que produeix per l'equador en amplis territoris, especialment a Amèrica del Sud i Àfrica. Més sovint, les projeccions còniques són usades en la representació a petita escala de grans regions de latituds mitjanes, o bé d'alguns continents que s'hi acomoden: Amèrica del Nord, Europa i Àsia, o Austràlia.



Foto 3: Cartilla moderna de urbanidad. Zaragoza, Luis Vives, 1949, pàg. 50 (Foto: autor)

Als Estats Units s'ha fet molt ús de la projecció policònica dissenyada el 1820 per Ferdinand Hassler (figura 15), que és una modificació que uneix successius segments de cons diferents amb escala real al meridià central i a tots els paral·lels. Aquesta projecció, que no és conforme ni equivalent, ha servit, des de 1924, per a confeccionar fulls del mapa mundial a escala 1:1 000 000, però com la seva anamorfosi augmenta acceleradament en allunyar-se del meridià central, no resulta adient ni tan sols per a representar un sol hemisferi.

### Proyecciones azimutales

Les projeccions azimutals o zenitals formen una important i vella família amb tota mena de representants matemàticament interessants, de vegades ja utilitzats per Hiparc. Es confeccionen i resulten útils en les seves tres posicions: polar, equatorial i obliqua. Alguns dels seus membres són veritablement perspectius i es diferencien segons la situació del focus de projecció. Així, per exemple, projectant ortogonalment des de l'infinit el globus sobre un pla tangent, es genera la projecció ortogràfica (figures 16 i 17), aquesta d'escàs valor en cartografia mètrica i estadística, però molt útil per a il·lustració pel seu aspecte tridimensional. Per analogia amb la imatge real, s'utilitza també per representar la Lluna en dos hemisferis: la cara visible i la cara oculta. Una altra projecció azimutal perspectiva i del màxim interès és l'estereogràfica, autènticament conforme, cosa per la qual s'ha utilitzat freqüentment en la confecció de les cartes aeronàutiques a escala 1:1 000 000, així com també en cartes nàutiques, mapes militars i mapes del temps. Aquesta conformitat s'obté, lògicament, a costa d'exagerar de forma considerable les distàncies i superfícies a partir del centre de projecció, i no pot arribar a cobrir d'un cop tot el globus complet. Permet, no obstant això, la confecció d'excel·lents mapamundis en dos hemisferis (figura 18), una de les representacions més habituals en la cartografia escolar i d'atles des de fa segles (foto 3). Una modificació d'a-

questa azimutal, pensada per a mapes de gran escala en les zones polars i amb el pla de projecció secant en el paral·lel  $81^{\circ} 06'$ , constitueix la projecció Universal Estereogràfica Polar (UPS), complement de la projecció UTM abans comentada i que, com aquella, s'aparta del tema central que ara es tracta.

La projecció gnomònica, ja esmentada, rep aquesta denominació de quan s'usava en la confecció de rellotges de sol (gnòmon). El seu focus de projecció és situat al centre geomètric del globus. El mapa resultant no respecta gens les àrees i produeix una anamorfosi que s'accelera grotescament cap als extrems de la carta, però la seva importància és fonamental per a la navegació (cartes de cercle màxim), ja que és l'única carta possible que permet traçar en forma rectilínia les ortodròmies o camins més curts sobre el globus (figura 19). Dis-sortadament, no pot arribar a cobrir d'una vegada ni tan sols un hemisferi complet, cosa que la inhabilita per a resoldre planisferis continus. Una fotografia del cel ens dóna una veritable carta celeste en projecció gnomònica.

La projecció azimutal equivalent és atribuïda també a Lambert (1772) i s'obté per mètodes geomètrics i matemàtics. Pot resoldre el planisferi complet, però ho fa amb una gran anamorfosi (exageració de les longituds i compressió de les latituds) a les vores del mapa. S'ha utilitzat, en canvi, freqüentment en posició equatorial, i amb excel·lents resultats, per a resoldre mapamundis en dos hemisferis (figura 20), encara que pot resultar també de gran interès en la seva posició obliqua, per exemple per a mostrar i contrastar l'hemisferi terrestre i l'hemisferi marítim (figura 21).

La projecció azimutal equidistant es construeix matemàticament de forma que totes les distàncies respecte al seu centre de projecció tinguin la mateixa escala constant. En canvi, resulten distorsionades les altres distàncies, els angles i les superfícies. Com ja s'ha dit abans, són idònies especialment per a la navegació aèria, per amidar distàncies respecte d'un aeroport que centri un mapa de mitjana escala, per a antenes emissores, etc. Però també s'han usat amb molta freqüència, en posició equatorial, per a resoldre mapamundis en dos hemisferis, amb un aspecte tan semblant a la projecció globular de Nicolosi del segle XVII (figura 22), que alguns tractats l'han confós (en aquesta última, de tipus especial i afilàctica, els meridians i paral·lels són autèntics arcs de circumferència). La projecció azimutal equidistant s'ha fet sovint, fins i tot, per resoldre planisferis sencers, estenent l'equidistància per arribar a cobrir tot el globus d'una sola vegada. El primer planisferi complet de projecció azimutal equidistant en posició polar (figura 23) fou traçat el 1696 per l'astrònom italià Cassini, però la idea dels planisferis azimutals equidistants oblics (figura 24), tan utilitzats últi-

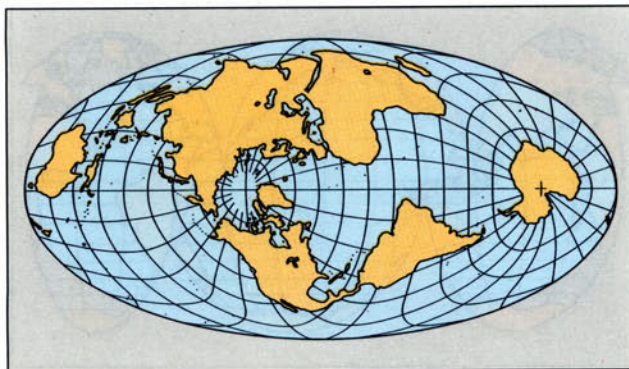


Figura 33: Projecció Atlantis de Bartholomew (equivalent)

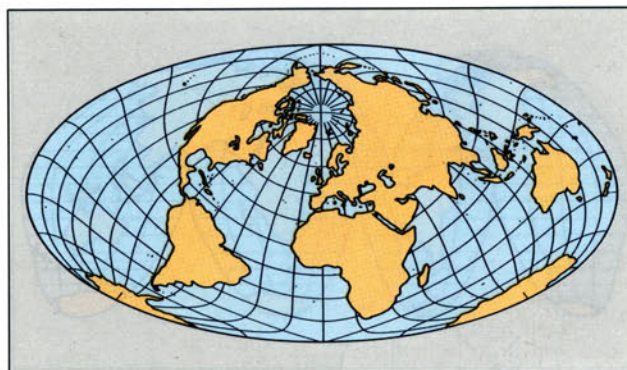


Figura 34: Projecció Nòrdic de Bartholomew o de Briesemeister (equivalent)

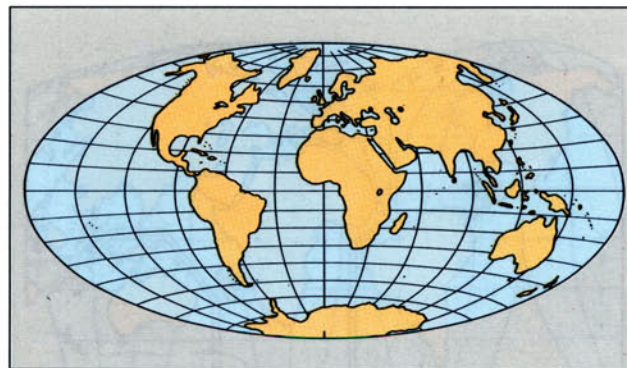
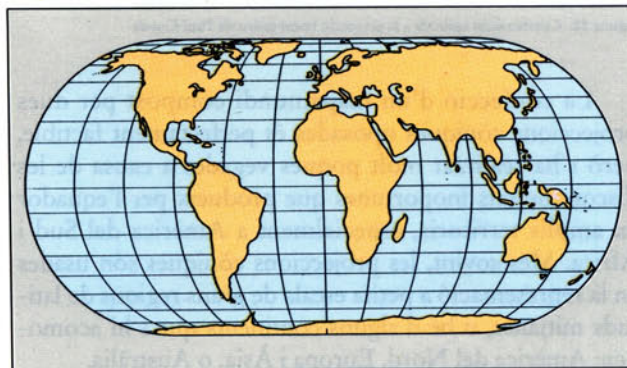


Figura 35: Projecció d'Aitoff (afilàctica)

Figura 36: Projecció Eckert IV (equivalent)



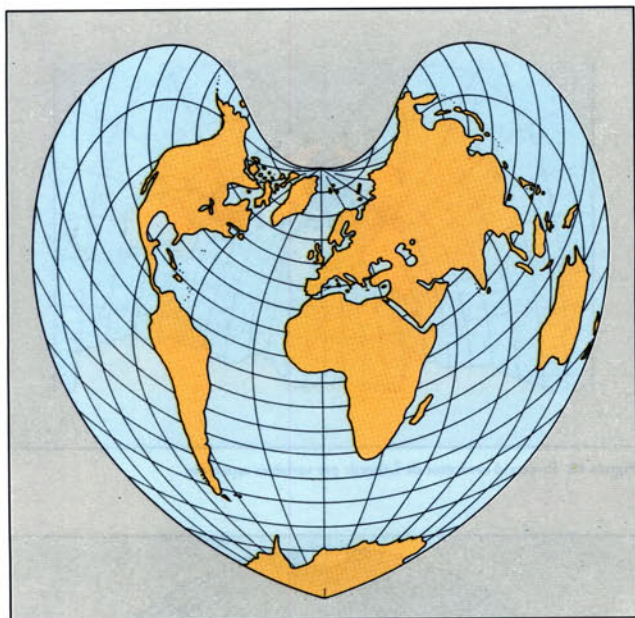


Figura 37: Projecció Bonne (equivalent)

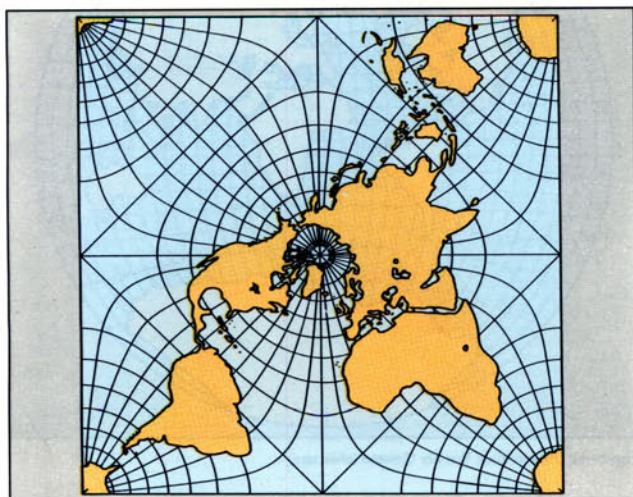
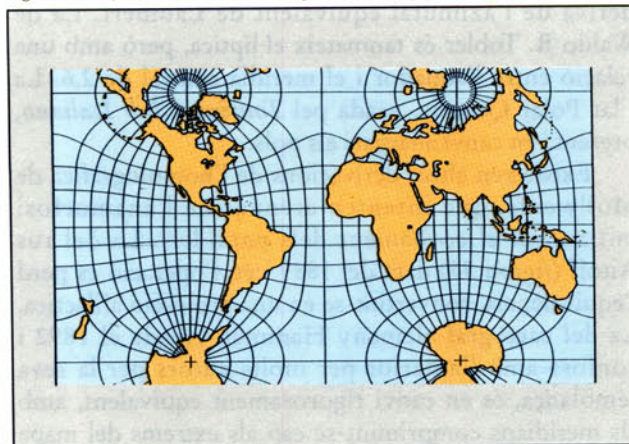


Figura 38: Projecció conforme de Peirce

Figura 39: Projecció conforme doblement periòdica de Guyou



mamemt amb diferents punts centrals, és deguda al cartògraf alemany Max Eckert, que va realitzar el primer, centrat a Berlín, l'any 1909.

La figura 25 mostra comparativament cinc sectors de les diferents projeccions azimuthals polars, que es poden reconèixer fàcilment en aquesta posició pel diferent espaïament dels seus paral·lels geogràfics, com també pel divers grau d'anamorfoosi que afecta els contorns de les terres representades.

### Les projeccions especials

Cada vegada més, s'han anat dissenyant projeccions amb una major llibertat creadora al servei específic de mapamundis i planisferis. Algunes d'aquestes projeccions s'anomenen a voltes pseudo-cilíndriques, com la sinusoidal o la de Mollweide, però altres s'allunyen molt més del model cilíndric original o s'apropen a altres models (la Globular, ja citada, s'apropa a l'azimutal equidistant, per exemple) i es fa difícil de fixar els límits de cada família. En les darreres dècades s'ha produït una autèntica eclosió de valor imaginatiu i han aparegut projeccions matemàticament compensades, al costat d'altres dissenyades especialment amb preocupacions quasi exclusives per l'expressivitat i la comunicabilitat. A més, s'ha generalitzat l'ús d'estratègies diverses per a reduir l'anamorfoosi (discontinuitats detingudament calculades) i per a incrementar l'escala de publicació (condensacions).

Entre les projeccions especials més clàssiques cal comentar, en primer lloc, la sinusoidal ja citada (figura 26). Atribuïda, segons els països, a diversos cartògrafs, s'hauria de reconèixer com a projecció Mercator-Sanson-Flamsteed. Es tracta d'una projecció d'esquema senzill i virtuts considerables: tots els paral·lels geogràfics queden representats en forma de simples rectes paral·leles que són equidistants sobre el meridià central (a la resta, l'equidistància no hi és en sentit geogràfic). A més, tots els paral·lels són automecoics, ja que mantenen exactament la mateixa escala que el meridià central. En aquesta particular construcció, els meridians adopten l'equació de la sinusoide, que és precisament la corba que dona nom a la projecció i que aconsegueix que en resulti equivalent. El problema més greu de la projecció sinusoidal és l'anamorfoosi dels extrems del mapa en latituds altes, especialment quan es realitza el planisferi sencer, però com en moltes projeccions pseudo-cilíndriques, aquest defecte pot alleugerir-se considerablement amb talls que produeixin discontinuïtats estudiades i permetin centrar les regions d'interès —els continents, per exemple— en sengles meridians, a prop dels quals les deformacions quedin més atenuades.

El mapa resultant de forma discontinua adopta una forma semblant a la d'un retallable, d'indubtable inte-

rès didàctic per la seva associació amb el globus, com el símil de la pell estesa d'una taronja (figura 27).

Una altra projecció especial clàssica és l'homogràfica o homologràfica de Mollweide (1805), anomenada també de Babinet. Com la sinusoidal, és equivalent, de paral·lels rectilinis i amb l'equador de doble longitud que el meridià central. Els meridians, però, són semiel·lipses i els paral·lels geogràfics han de comprimir-se progressivament per càlcul matemàtic cap al pols a fi que la projecció assoleixi la propietat de mantenir les àrees. En definitiva, l'anamorfosi dels extrems del planisferi en latituds altes no és tan greu com a la sinusoidal, però en canvi es perd l'escala i l'equidistància central dels paral·lels (figura 28). Com l'anterior, admet també ésser millorada amb una discontinuïtat que respecti les terres (figura 29) o els oceans (figura 30). Aquesta millora fou introduïda pel professor nord-americà de geografia econòmica i cartografia J. Paul Goode, motiu pel qual sovint la projecció rep el nom d'homologràfica interrompuda de Goode. *George Philip* és una de les cartogràfiques que més l'ha emprat en els seus planisferis.

L'anomenada projecció homolosina, també de Paul Goode, quasi sempre realitzada de forma interrompuda és, com el seu nom suggereix, una curiosa combinació de l'homologràfica (per a les latituds altes) i la sinusoidal (per a les latituds baixes), ambdues resoltes amb una mateixa escala de superfície, i enganxades pels paral·lels que en resulten d'igual longitud, aproximadament el 40° N i el 40° S. D'aquesta forma es pretén aprofitar la franja latitudinal més bona de cadascuna, però la millora de l'anamorfosi és poc notable i en canvi, es complica l'esquema amb dues lògiques geomètriques diferents i amb una anòmala inflexió dels meridians en els seus punts de trobada (figura 31). Amb tot, ha estat molt utilitzada als Estats Units i a Europa (*Rand McNally*, *National Geographic*, *De Agostini*, etc.) especialment en planisferis temàtics de nombroses editorials.

Algunes vegades, per tal d'incrementar l'escala d'un planisferi dins un mateix format, es realitzen condensacions a base de suprimir-ne parts no imprescindibles. L'exemple de la figura 32 permet comparar el planisferi condensat en projecció homolosina de Goode amb el de la mateixa projecció sense condensar de la figura anterior. Com es pot suposar, l'estratègia de les condensacions, igual que la de les discontinuïtats, és apta per ésser aplicada a molts sistemes de projecció.

Projeccions equivalents per a planisferis de format el·líptic ho són també l'Atlantis (figura 33) i la Nordic o Briesemeister (figura 34), ambdues usades per *Bartholomew*, *Rand McNally*, *Hammond* i altres editores cartogràfiques. La primera correspon a una

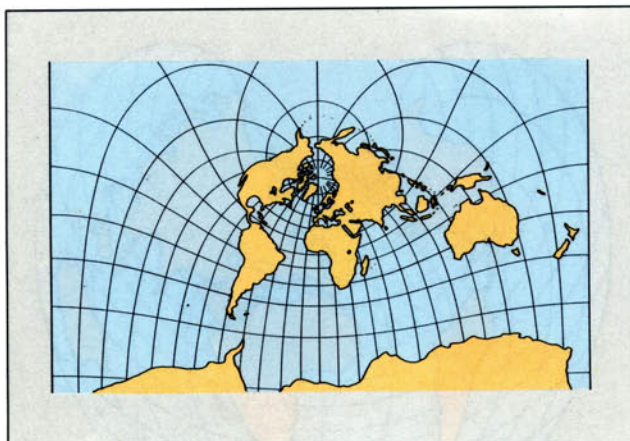


Figura 40: Projecció conforme de Laborde per variables separades

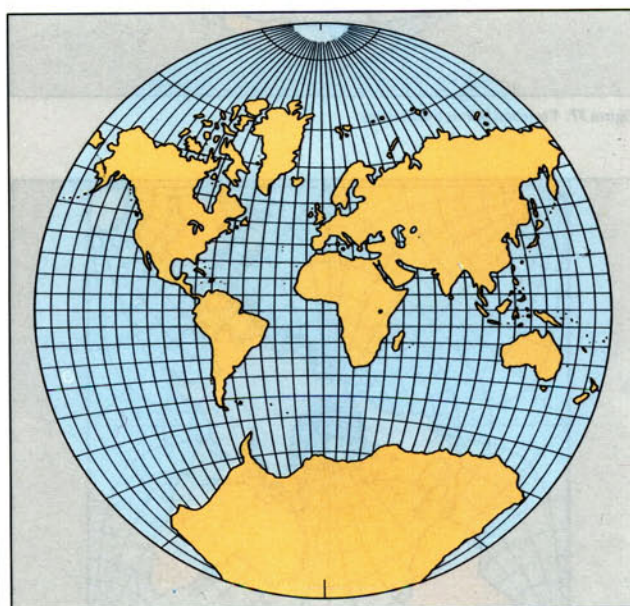


Figura 41: Projecció de Van der Grinten (afilàctica)

homologràfica de Mollweide transversa, amb un meridià i el seu antimeridià com a eix principal; la segona deriva de l'azimutal equivalent de Lambert. La de Waldo R. Tobler és tanmateix el·líptica, però amb una relació entre l'equador i el meridià central de 2,6. La Flat Polar Quartic, usada pel *Touring Club Italiano*, presenta en canvi allargats els pols.

Existeixen altres derivacions de l'homologràfica de Mollweide, que intenten atenuar-ne l'anamorfosi mitjançant el corbament dels paral·lels. La del rus Aitoff (figura 35) data del 1889 i en l'operació es perd l'equivalència, convertint-se en una projecció afilàctica. La del cartògraf alemany Hammer, creada el 1892 i confosa amb l'anterior per molts autors per la seva semblança, és en canvi rigorosament equivalent, amb els meridians comprimint-se cap als extrems del mapa

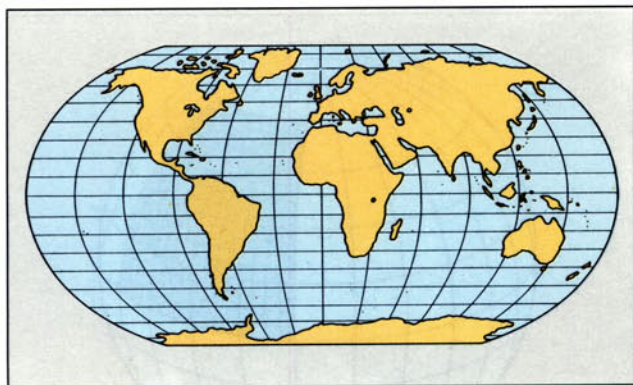


Figura 42: Projectió de Robinson (afilàctica)

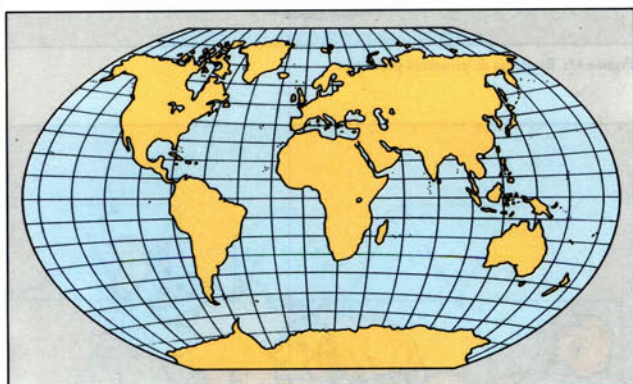


Figura 43: Projectió "Tripel" de Van Winkel (afilàctica) 1913

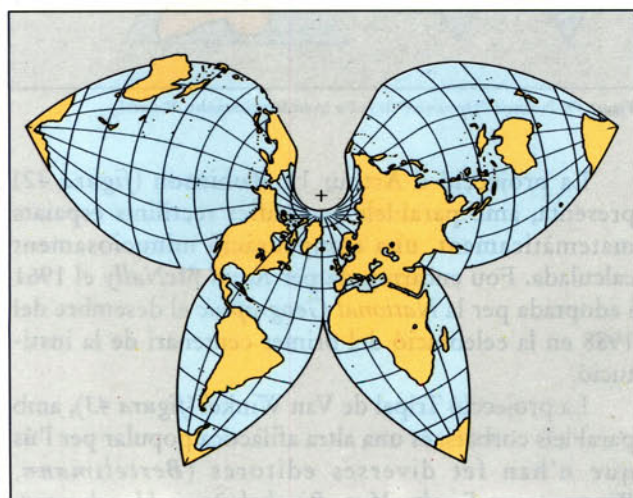


Figura 44: Projectió regional de Bartholomew

(George Philip). La projecció azimuthal equivalent de Hammer amb pol lineal de Wagner és una interessant modificació de l'anterior utilitzada conjuntament per De Agostini, Mitchell Beazley i Rand McNally en les seves darreres coproduccions internacionals.

El cartògraf Max Eckert va crear, a principis de segle, un total de sis projeccions, en certa manera deriva-

des de la cilíndrica equidistant, de la de Mollweide i de la sinusoïdal, però amb els pols de longitud equivalent a la meitat de l'equador per atenuar l'anamorfosi. En la primera i la segona projecció d'Eckert els meridians que són rectes produeixen una forma trapezoïdal doble; en la tercera i la quarta, els meridians són el·lipses, i en la cinquena i la sisena, sinusoides, tots ells equidistants sobre cada paral·lel geogràfic. La primera, la tercera i la cinquena tenen els paral·lels geogràfics equidistants. A la segona, la quarta i la sisena es comprimeixen matemàticament cap als pols a fi d'aconseguir l'equivalència del mapa. De totes aquestes projeccions d'Eckert, la quarta (figura 36) i la cinquena han estat sens dubte les més difoses no només als Estats Units, sobretot per representar petits planisferis temàtics (*National Geographic*, *Freytag-Berndt*, *De Agostini*, etc.).

La projecció de Bonne, coneguda ja en el segle XVI, fou important per ésser la base de l'antic mapa estatal francès (de l'Estat Major) a escala 1:80 000, però s'ha usat també en alguna ocasió en el traçat de planisferis, que poden adoptar una forma de cor (figura 37), o més encara de mapes d'hemisferis. Pot equiparar-se amb la projecció sinusoïdal i, com aquesta, és equivalent, però en lloc de partir de l'equador, ho fa d'un paral·lel de latitud mitjana.

La primera projecció equivalent de Werner segueix el mateix sistema de la sinusoïdal i de la de Bonne, però partint d'un pol. La segona i la tercera només se'n diferencien perquè perden el caràcter automecòic dels seus paral·lels geogràfics.

D'entre les diverses projeccions conformes menys utilitzades, però d'un valor matemàtico-geodèsic innegable, es poden destacar com a exemples interessants la de Peirce (figura 38), autor que el 1877 va iniciar per primera vegada l'aplicació de funcions el·líptiques a la representació de planisferis sencers; la doblement periòdica de Guyou (figura 39), com una generalització de la projecció de Mercator i basada en els mateixos principis que l'anterior, i la de Laborde per variables separades (figura 40) que representa un cas concret de les projeccions conformes doblement circulars de l'esfera; la projecció conforme d'Adams en una el·lipse; la projecció conforme de Littrow, etcètera.

Més nombrosos pot resultar el grup de projeccions especials de tipus afilàctic o compensat. Una que ha gaudit d'èxit immerescut durant molt de temps ha estat la de Van der Grinten (*Touring Club Italiano*, *Kartographie*, *Esselte Map*, *National Geographic*, *Kümmerly+Frei*, *Hallwag*, etc), construcció geomètrica artificial que proporciona un mapa tan distorsionat a les zones de latituds altes, que solen seccionar-se (figura 41). Recentment, la *National Geographic Society* ha abandonat aquest sistema per adoptar una nova retícula més afinada, la de Robinson.

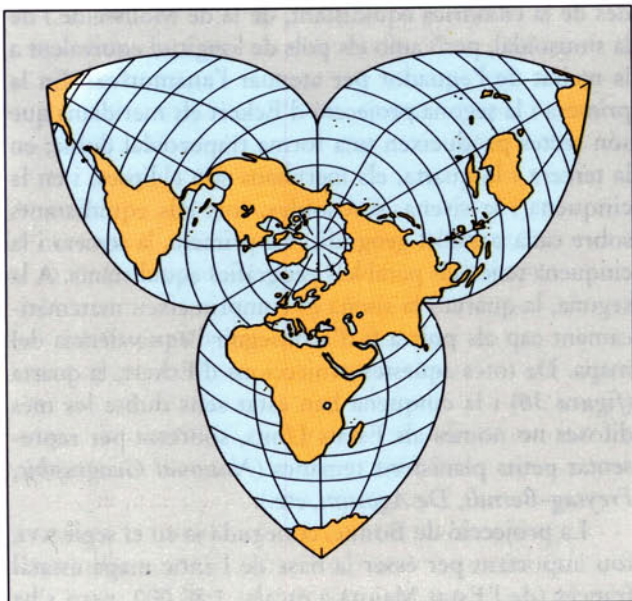


Figura 45: Projectió tetraedral

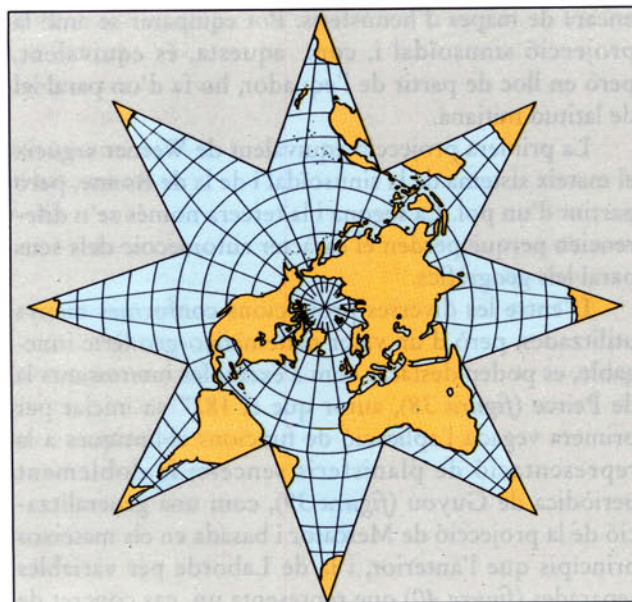


Figura 46: Projectió Estrellada de Petermann

Figura 48: Projectió gnomònica polièdrica en dodecaedre (de cercle màxim)

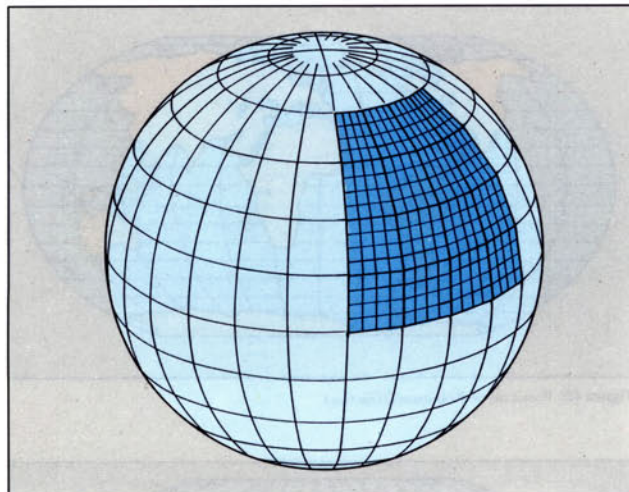
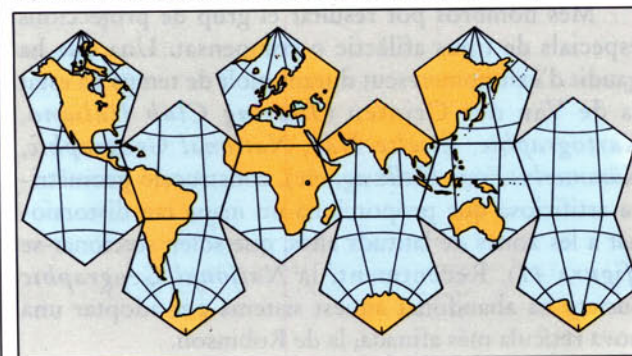


Figura 47: Esquema de projectió polièdrica

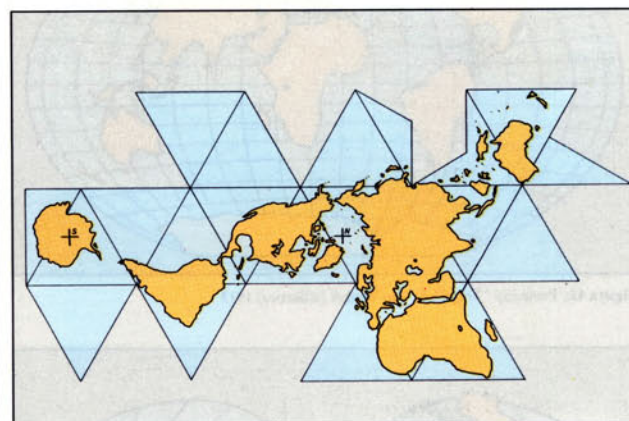


Figura 49: Projectió "Dymaxion" de Fuller (polièdrica: icosaedre, 20 cares)

La projectió d'Arthur H. Robinson (figura 42) presenta, amb paral·lels geogràfics rectilinis espaiats matemàticament, una compensació minuciosament calculada. Fou encarregada per *Rand McNally* el 1961 i adoptada per la *National Geographic* el desembre del 1988 en la celebració del primer centenari de la institució.

La projectió Tripel de Van Winkel (figura 43), amb paral·lels corbats, és una altra afilàctica popular per l'ús que n'han fet diverses editorials (*Bertelsmann*, *Westermann*, *Esselte Map*, *Bartholomew*, *Haack*, etc.), especialment en els planisferis dels seus atlas internacionals.

Altres reticulats més o menys compensats, però d'aspecte curiós, són els de forma de papallona i d'estrella com el Regional (figura 44) o el Tetraedral (figura 45), ambdós de *Bartholomew*; el de J. S. Cahill, que consisteix en un octaedre transformat; la projectió Estrellada de vuit puntes de Petermann (figura 46), parcialment equidistant, o la de cinc puntes i característiques similars, etcètera.

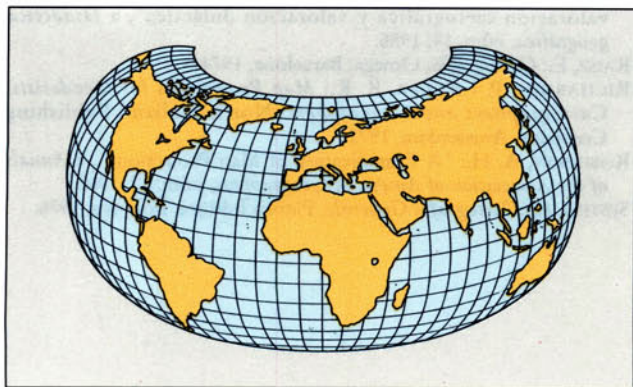


Figura 50: Projectió d'Armadillo de Raisz

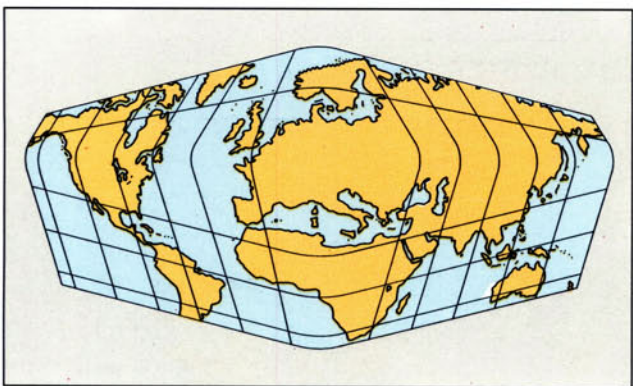


Figura 51: Projectió especial en "lupa"

Un tipus especial de projectió el constitueix l'anomenat polièdric, inspirat en la transformació del globus en un poliedre esfèric de cares planes (figura 47). Existeixen moltes variants de projections polièdriques dedicades principalment a mapes de gran escala, i l'antic mapa topogràfic a escala 1:50 000 de l'Estat espanyol, o el mapa topogràfic italià a escala 1:100 000 (i escales majors) de l'*Instituto Geografico Militare* de 1875, en són exemples. Però també s'han realitzat alguns curiosos planisferis de base polièdrica, com l'hexaedre desplegat de cares projectades gnomònica o el dodecaedre d'identiques característiques (figura 48); o la projectió Dymaxion, joguina ingènua del famós arquitecte d'estructures "geodèsiques" Richard Buckminster Fuller, consistent en un icosaedre on s'encaixen acuradament les masses continentals sense interrompre's (figura 49).

D'altra banda, alguns autors han proposat, amb el nom de projections ortoabsidals, l'aplicació d'una xarxa de meridians i paral·lels sobre un sòlid no esfèric que és projectat ortogràficament per produir sensació de relleu. El cas més conegut és el de la insòlita projectió d'Armadillo d'Erwin Raisz (figura 50), usada en planisferis temàtics i en llibres escolars. Evidentment, l'aspecte tridimensional no fa desaparèixer la considerable anamorfosi del mapa, però en certa manera la justifica o, si més no, l'explica.

Existeixen encara moltíssimes altres projections que són derivacions o transformacions de les ja clàssiques, com la d'Hölzel emprada per Bordas i Collins, The Times de Bartholomew (foto 2), l'azimutal equivalent de Lambert modificada en el quadrant australià segons Sydow-Wagners, la de De Agostini, etc., o bé dissenys atípics enginyats específicament per a algun o altre ús especial, com la projectió Espacial obliqua de Mercator en la que el recorregut relatiu no rectilini d'un satèl·lit de teledetecció constitueix la línia central de la projectió amb el mínim d'anamorfosi a les seves proximitats.

Certament, amb una bona dosi d'imaginació i criteris cartogràfics clars, el camí per a la creació de noves projections queda obert de bat a bat, amb justificacions matemàtiques pures, com en la ja comentada projectió conforme de Laborde per variables separades (figura 40), o amb la plena llibertat de la intuïció comunicativa com la que mostra el mapa amb lupa per destacar els Països Baixos que s'utilitza en l'Atlas van Nederland, del Staatsuitgeverij (figura 51). I és que, en darrer terme, en el fascinant art de les transformacions del globus en un mapa pla, com ja s'ha asseverat amb encert i contundència, no existeixen bones i males projections, magnífics o pèssims sistemes, sinó encerts i desencerts en l'elecció segons els objectius i el destí del mapa.

Tots els dibuixos de projections que il·lustren aquest article han estat realitzats per l'autor.

Data de recepció de l'original: 01.90

**Josep Ma. Rabella i Vives**

Professor de Cartografia  
Doctor en Geografia  
Universitat de Barcelona

## BIBLIOGRAFIA

CAMPBELL, J.: *Introductory Cartography*. Englewood Cliffs, New Jersey, 1984.  
CONCINI, C.: "Rappresentazioni geografiche", a *Cartografia. Breve corso di aggiornamento*. CEDAM. Pàdua, 1980.

ECKERT, M.: *Cartografia*. UTEHA. Mèxic, 1961.  
ESCUELA DE TOPOGRAFIA Y GEODESIA: *Apuntes de Cartografia*, volum 3. S.G.E. Madrid, 1970.

- HSU, Mei-Ling: "The Role of Projections in Modern Map Design", a *Cartographica*, monogràfica 27, volum 18, núm. 2. 1981.
- KEUNING, J.: "The History of Geographical Map Projections Until 1600", a *Imago Mundi*, núm. 12. 1955.
- MALING, D. H.: *Coordinate Systems and Map Projections*. George Philip and Son Ltd. Londres, 1973.
- MARTÍN ANSÍN, F.: *Geodesia y cartografía matemática*. Paraninfo. Madrid, 1983.
- RABELLA I VIVES, J. M.: "La proyección cartográfica de Arno Peters: valoración cartográfica y valoración didáctica", a *Didáctica geográfica*, núm. 14. 1986.
- RAISZ, E.: *Cartografía*. Omega. Barcelona, 1974.
- RICHARDUS, P. i ADLER, R. K.: *Map Projections for Geodesists, Cartographers and Geographers*. North-Holland Publishing Company. Amsterdam, 1972.
- ROBINSON, A. H.: "A Classification of Map Projections", a *Annals of the Association of American Geographers*, núm. 52. 1962.
- SESTINI, A.: *Cartografia Generale*. Pàtron Editore. Bolonya, 1986.