COMUNICACION BREVE

"ANÁLISIS MULTIVARIANTE DE LA RELACIÓN TEMPERATURA MEDIA-CONSUMO DIARIO DE ENERGÍA ELÉCTRICA"

PRAT, A.

En esta comunicación breve se comparan los resultados obtenidos en /1/, mediante la aplicación de la metodología de Box-Jenkins con los obtenidos aplicando el método de análisis de series multivariante desarrollado por el Departamento de Estadística de la Universidad de Wisconsin (U.S.A.).

1. INTRODUCCION

Es sabido, que la metodología de Box-Jenkins que ha sido utilizada en /1/ para el modelado de la función de transferencia entre la temperatura media diaria, X_t, y el consumo diario de energía eléctrica corregido mediante análisis de intervención, Y_t, solo es válida cuando no existe realimentación entre la salida y la entrada. Evidentemente esta condición se cumple en el estudio efectuado en /1/.

Recientemente un grupo de investigadores del Departamento de Estadística de la Universidad de Wisconsin entre los que se encuentran G.C. Tiao, G.E.P. Box, M.R. Grupe, G.B. Hudak, W.R. Bell y I. Chang han desarrollado una metodología y un paquete de programas, el WMTS-1, que permite el modelado de series temporales multivariantes y que incluye como caso particular el de función de transferencia, pero que es aplicable también en el caso de existencia de "feed-back".

El objeto de la presente comunicación es presentar los resultados obtenidos por el autor al aplicar esta última metodología al análisis de la misma función de transferencia modelada en /1/.

2. FORMULACION DEL MODELO Y ANALISIS DE RESULTADOS

La clase de modelos utilizados por el grupo de Wisconsin son una generalización natural de los formulados por Box-Jenkins en /2/.

Para k series temporales, representadas por el vector $\underset{\sim}{z}_t$ se formulan modelos ARMA vectoriales del tipo:

$$\underset{\sim}{\psi}_p(B)\ \underset{\sim}{z}_t = \underset{\sim}{\theta}_q(B)\ \underset{\sim}{a}_t \qquad (1)$$

donde

$$\underset{\sim}{\psi}_p(B) = \underset{\sim}{I} - \underset{\sim}{\psi}_1 B - \dots - \underset{\sim}{\psi}_p B^p$$

$$\underset{\sim}{\theta}_q(B) = \underset{\sim}{I} - \underset{\sim}{\theta}_1 B - \dots - \underset{\sim}{\theta}_q B^q$$

son polinomios de matrices en B, las $\underset{\sim}{\psi}$ y $\underset{\sim}{\theta}$ son matrices de orden kxk y

$$\underset{\sim}{a}_t = (a_{1t}, a_{2t}, \dots, a_{kt})'$$

es una secuencia de vectores de ruido blanco, independientes, de igual distribución normal de media cero y matriz de covariancias $\underset{\sim}{\Sigma}$.

La filosofía general del método utilizado para el modelado de series multivariantes y las etapas del mismo (identificación, estimación-verificación y previsión) son parecidas a las empleadas en /2/.

No es este el lugar de hacer una exposición detallada de la estrategia seguida en el modelo multivariante por lo que pasamos al análisis de los resultados.

2.1 MODELO OBTENIDO MEDIANTE ESTIMACIÓN CONDICIONAL

El paquete de programas WTMS-1 permite la estimación de los parámetros del modelo (1) de

- A. Prat, de la Càtedra d'Estadística de l'E.T.S.E.I.B. Av. Diagonal, 647. Barcelona 28.
- Article rebut el Març del 1980.

dos maneras distintas.

La primera de ellas consiste en maximizar -- una aproximación de la función de máxima-verosimilitud (estimación condicional) mientras que la segunda opción permite una estimación máximo-verosímil exacta para cierto tipo de modelos. Dado que los programas utilizados - en /1/ permiten solo la primera de estas modalidades, el autor ha creido conveniente -- presentar los resultados obtenidos mediante la estimación condicional para compararlos - con los obtenidos en /1/ y luego presentar - los resultados más exactos.

El modelo identificado, estimado y verificado en primer lugar resultó ser:

$$\begin{bmatrix} \nabla\nabla_7 X_t \\ \nabla\nabla_7 Y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \underset{(.0028)}{-.0098B}\underset{(.0028)}{-.0066B^2}\underset{(.0027)}{-.003B^3} & \underset{(.07)}{1-.03757B} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underset{(.04)}{1-.806B^7} & 0 \\ 0 & \underset{(.04)}{1-.846B^7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{bmatrix} \qquad (2)$$

con una matriz de covariancias:

$$\begin{bmatrix} 3.4626 & \\ -.0343 & .00419 \end{bmatrix}$$

Es interesante comparar estos resultados con los obtenidos en /1/.

En primer lugar la existencia de ceros por - encima de la diagonal principal de las matrices de medias móviles confirma la no existencia de realimentación, es decir, nos encontramos efectivamente en un contexto de función de transferencia.

En segundo lugar la metodología utilizada -- permite modelar <u>simultáneamente</u> el input y - la función de transferencia. En efecto, de - (1) se deduce que:

$$\nabla\nabla_7 X_t = (1-.806B^7)\, a_{1t}$$

que teniendo en cuenta el elevado valor del parámetro θ es aproximadamente equivalente - al modelo obtenido en /1/:

$$\nabla X_t = a_t.$$

Obtenemos también, redondeando algunos coeficientes:

$$\nabla\nabla_7 Y_t = (-.01B-.006B^2-.003B^3)(1-.806B^7)a_{1t} + \\ + (1-.376B)(1-.846B^7)a_{2t} \qquad (3)$$

La existencia de una covariancia no nula entre a_{1t} y a_{2t} nos permite estimar el efecto de simultaneidad entre ambas series.

En efecto si hacemos

$$a_{2t} = \lambda a_{1t} + \varepsilon_t$$

donde a_{1t} y ε_t son ahora independientes, tendríamos:

$$E[a_{2t}\ a_{1t}] = \lambda E[a_{1t}^2] + E[a_{1t}\ \varepsilon_t]$$

es decir:

$$\lambda = \frac{COV(a_{2t}, a_{1t})}{VAR(a_{1t})} = \frac{-.0343}{3.46} \simeq -.010$$

Sustituyendo en (3) a_{2t} por $\lambda a_{1t}+\varepsilon_t$ se obtiene aproximadamente el modelo final:

$$\nabla\nabla_7 Y_t = (-.01-.01376B-.006B^2-.003B^3)\nabla\nabla_7 X_t + N_t \qquad (4)$$

siendo

$$\nabla\nabla_7 N_t = (1-.376B)(1-.846B^7)\varepsilon_t$$

Los resultados son similares al modelo seleccionado en (1) ya que:

a) La ganancia de (3) es: g = -.032, o sea - -32 KWH/°C

b) Aunque las funciones de transferencia difieran aparentemente, las respuestas impulsionales son muy parecidas.

c) Las variancias residuales son idénticas.

d) Los modelos para el ruido no difieren sensiblemente excepto en la parte autoregresiva.

2.2 ESTIMACIÓN MÁXIMO-VEROSÍMIL

Al estimar (2) mediante un algoritmo que maximiza la función de verosimilitud exacta, y del análisis de las correlaciones cruzadas - de los residuos se reestimó el modelo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1+\underset{(.078)}{.151}B^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \nabla\nabla_7 X_t \\ \nabla\nabla_7 Y_t \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\underset{(.0027)}{.014}B-\underset{(.0027)}{.0075}B^2-\underset{(.0027)}{.0075}B^3 & 1-\underset{(.076)}{.38}B \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1-\underset{(.027(}{.95}B^7 & 0 \\ 0 & 1-\underset{(.028)}{.96}B^7 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{bmatrix} \qquad (5)$$

y matriz de covariancias

$$\begin{bmatrix} 2.8834 & \\ -.03569 & .00355 \end{bmatrix}$$

Operando con (5) en forma idéntica a lo hecho en el apartado anterior se obtuvo:

$$\nabla\nabla_7 X_t = (1-.05B^7)\ a_{1t}$$

que es prácticamente equivalente a

$$\nabla X_t = a_{1t}$$

y

$$\nabla\nabla_7 Y_t = \frac{-.0124-.0187B-.0075B^2-.0075B^3}{1+.15B^2}\nabla\nabla_7 X_t +$$

$$+\ \frac{(1-.38B)(1-.96B^7)}{1+.15B^2}\ \varepsilon_t \qquad (6)$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = .059$$

En este caso los resultados concuerdan mejor aún con los de /1/. En efecto

a) La ganancia es -.040, o sea, -40 KWH/°C, siendo de -39 KWH/°C en /1/.

b) Los modelos del ruido y la desviación tipo residual son prácticamente idénticos - con la salvedad del parámetro de medias - móviles estacional. Este hecho es debido a que la estimación exacta y la condicional difieren esencialmente en la estimación de los parámetros estacionales.

c) Los impulsos respuestas implicados por la función de transferencia (5) y por la obtenida en (1) son:

	v_0	v_1	v_2	v_3
(5)	-.0124	-.0187	-.00564	-.0047
/1/	-.0130	-.0086	-.00577	-.00383

3. CONCLUSIONES

La metodología desarrollada por el Departamento de Estadística de la Universidad de -- Wisconsin nos ha conducido a resultados muy parecidos a los obtenidos en /1/ en el caso de no existencia de realimentación, siendo - de aplicación más sencilla y permitiendo modelar simultáneamente la serie input y la función de transferencia.

4. REFERENCIAS

/1/ PRAT, A. y SOLE, I.: "Influencia de la - temperatura en el consumo diario de energía eléctrica. Función de transferencia según la metodología de Box-Jenkins". -- QÜESTIIÓ, v.4, n.1, 1980, pp. 1-14.

/2/ BOX, G.E.P. y JENKINS, G.M.: "Time Series Analysis. Forecasting and Control". Holden Day. 1976.