DOI: 10.2436/20.2003.02.12 http://scq.iec.cat/scq/index.html

ISSN 2013-1755, SCQ-IEC **Educació Química** EduQ n. 2 (2009), p 16-23

La simetria, una altra manera de mirar els materials

Symmetry: a different way to approach materials

David Muñoz-Rojas / Department of Materials Science. University of Cambridge

resum

La simetria és un fenomen omnipresent a la natura, ja que es dóna a tots el nivells i escales: des de l'univers considerat com un tot on la massa es divideix en matèria i antimatèria, fins als propis àtoms, amb la seva particular distribució de la càrrega negativa al voltant del nucli, passant pels éssers vius i els objectes inerts com ara els minerals i les molècules. En el present article es proposa aprofitar aquesta omnipresència de la simetria per introduir el seu estudi dins dels continguts pedagògics, ja que permet una millor comprensió i interrelació de molts conceptes fonamentals en química i física, i explicar les propietats dels materials. Es presenten els fonaments teòrics de la simetria restringida a dues dimensions i es suggereixen recursos didàctics atractius, com els dibuixos de M.C. Escher.

paraules clau

Elements de simetria, M.C. Escher, enllaç químic, cristalls, relació estructura-propietats

abstract

Symmetry is present all over nature, taking place at all levels and scales: from Universe taken as a whole, where mass is divided in mater and anti-mater, to atoms themselves with their specific around the nucleus, including living creatures and inert objects as minerals and molecules. The present paper proposes using this omnipresence associated to symmetry to introduce its study within the pedagogic contents since it helps achieving a better comprehension and interrelation of many fundamental concepts in chemistry and physics, and it allows explaining the properties of materials. Thus, the paper introduces the basic concepts of symmetry restricted to 2 dimensions, suggesting attractive didactic resources, as M. C. Escher drawings.

key words

Symmetry elements, Escher drawings, chemical bond, crystals, structure-properties relationship.

Introducció

Que la simetria és un fenomen que ens envolta de forma omnipresent està fora de tota mena de dubte. En efecte, només cal pensar en el moment de llevar-nos cada matí. Del primer que ens adonem en veure'ns al mirall és que estem fets de dues meitats gairebé idèntiques, si bé no del tot perfectament iguals. Aquest fet, tan quotidià el compartim amb la majoria d'animals. Així doncs, en veure'ns reflectits ens adonem que posseïm *simetria bilateral*, com s'anomena en biologia. La reveladora imatge dins el mirall no és altra cosa que un *enantiòmer* de nosaltres mateixos, o el que és el mateix, la nostra *imatge especular*. La relació de simetria que es dóna entre nosaltres i la imatge dins el mirall és la mateixa que existeix que entre la nostra mà dreta i l'esquerra. Així doncs, el simple fet de mirar-nos dins un mirall ens revela d'un sol cop dues relacions de simetria.

La simetria a l'univers

Aquesta presència quasi omnímoda de la simetria a la natura s'ha donat des del començament de l'univers. Segons el model actual del Big Bang, tota la massa es trobava concentrada en un volum molt reduït. L'univers, per tant, posseïa ja una simetria puntual o esfèrica. En produir-se l'esclat que donà lloc a l'expansió de la matèria i la formació de l'univers tal com el coneixem ara, es va generar un nou nivell de simetria. I és que dintre del caos que seguí a aquesta explosió primigènia, amb matèria i radiació en expansió, nebuloses donant lloc a la formació de galàxies, les partícules fonamentals que formaven -i formen- aquesta matèria s'havien dividit i separat en dos tipus. Així, alhora que es van formar els electrons, també es va formar una partícula complementària amb la mateixa massa i amb el mateix valor absolut de càrrega, però de signe positiu, i que es coneix amb el nom de positró. El mateix va succeir per als protons, neutrons i totes les partícules fonamentals que formen la matèria, i que tenen les seves corresponents antipartícules. Aquestes antipartícules formen l'antimatèria, la qual es complementària -o simètrica- a la matèria present a la part de l'univers on ens trobem.

La simetria en la matèria i els materials

Dins el nostre univers, format només de matèria, aquesta de nou s'estructura de forma simètrica des del més baix nivell, el dels àtoms, fins als organismes vius més complexes, com hem vist pel cas de l'home. En efecte, l'àtom posseeix ja una organització de la càrrega negativa al voltant del nucli -els electrons- que és simètrica. Com a conseqüència, molècules senzilles com ara la de l'aigua o el metà són simètriques. Aquesta simetria inherent als àtoms s'estén en moltíssims casos als materials. Per exemple en glaçar l'aigua, la simetria de les pròpies molècules d'aigua i de la distribució de la càrrega dins cada molècula fa que aquestes s'organitzen segons un patró amb simetria hexagonal. Però això no només és així a nivell microscòpic sinó que el patró hexagonal que adopten les molècules es veu reflectit en el propi gel. En efecte, si s'observen cristalls de gel amb una lupa o microscopi es pot comprovar com aquests tendeixen a tenir formes d'estrelles amb simetria hexagonal, com es mostra a la figura 1. (Libbrecht, 2007).

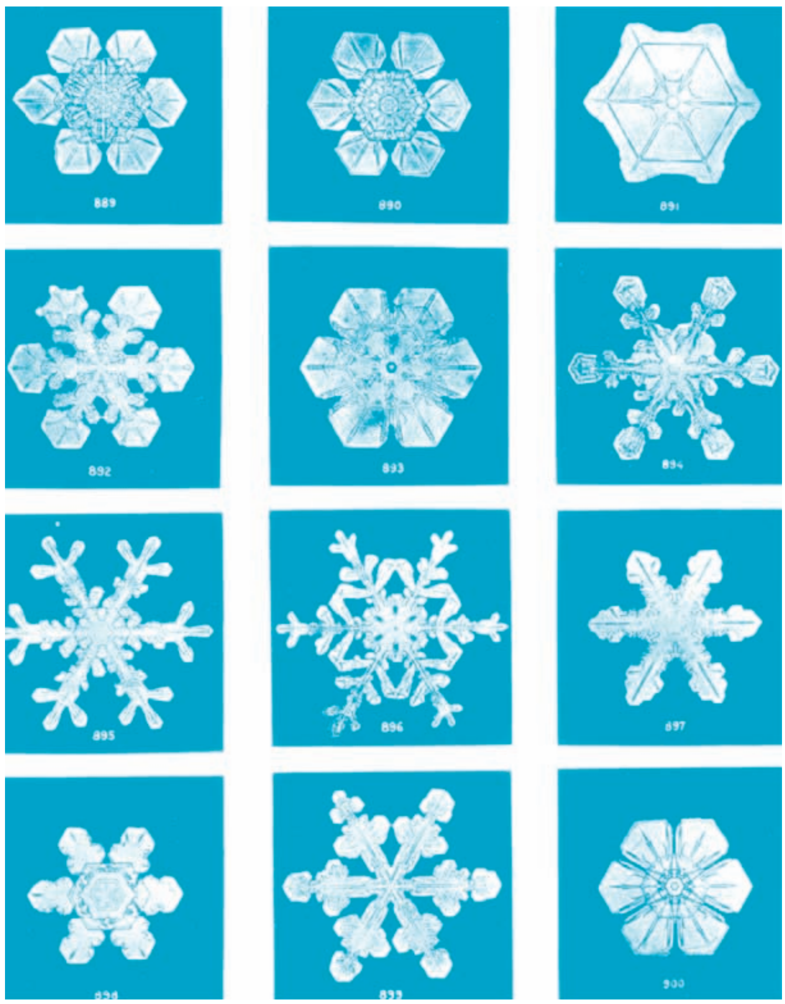

Figura 1. Cristalls de gel amb forma d'estrella amb simetria hexagonal

Un altre exemple d'un material que ens resulta familiar és la sal de cuina, la qual està formada per minúsculs cristallets de clorur de sodi (NaCl). En aquest cas els àtoms es troben organitzats en l'espai de forma que cada àtom de clor està envoltat per 6 àtoms de sodi i a l'inrevés, donant un empaquetament dels àtoms que té simetria cúbica i, en conseqüència, el cristalls de NaCl són normalment petits cubs.

A més dels materials inorgànics, la simetria dels àtoms també queda reflectida en les molècules orgàniques basades en el carboni i que formen la vida. Així, quan el carboni s'enllaça a quatre lligands, com en el cas del metà, a quatre àtoms d'hidrogen, els orbitals que allotgen els electrons es distribueixen apuntant als vèrtex d'un tetràedre. Aquesta distribució en l'espai fa que quan els quatre lligands són diferents, aquests es puguin enllaçar de dues formes diferents, donant lloc a dos enantiòmers. Això es tradueix en la distinció entre, per exemple, la D-glucosa i la L-glucosa o els aminoàcids L o D. Curiosament, al llarg de l'evolució la vida es va decantar només per una opció en cada cas, i així als organismes vius només es troben L-aminoàcids i D-glucosa, molècules que alhora estan formades per partícules de matèria. Com es veu l'evolució dóna moltes possibilitats a l'aparició de la vida i de fet es pot conjecturar amb formes de vida en altres parts de l'univers basades en D-aminoàcids i/o L- glucosa, i que a la vegada, aquestes molècules puguin estar fetes d'àtoms formats per positrons, antiprotons i antineutrons, per antimatèria.

La simetria en els éssers vius

Malgrat l'asimetria en la composició pel que fa a algunes de les molècules fonamentals per a la vida, en la majoria de casos els éssers vius han desenvolupat morfologies simètriques, des de les estrelles de mar, passant per peixos i aus, fins arribar als mamífers i l'home, com ja s'ha comentat al començament de l'article. Aquesta distribució simètrica en la construcció dels éssers vius ha estat escollida per la selecció natural ja que és la més estable i eficaç des del punt de vista mecànic i funcional que dóna lloc a cossos més aero/hidrodinàmics per exemple- i a més perquè afavoreix la formació d'un sistema nerviós centralitzat i l'encefalització. Allà on la simetria no aporta cap avantatge altres formes s'han desenvolupat, com és en el cas dels arbres, que presenten estructures de tipus fractal en branques i arrels. Tanmateix, les fulles -encarregades de rebre i processar la radiació- presenten de nou distribucions simètriques en la majoria dels casos.

"Així doncs, el concepte de la simetría aplicada als materials i explicada en base a com estan units els diferents àtoms o molècules ens ajuda a entendre les seves propietats"

Una proposta d'introducció de la simetria per relacionar el tipus d'estructura cristal·lina i les propietats

Així doncs, la simetria ens envolta i és present per tot arreu. Fruit d'això, una bona part de la producció artística i arquitectònica de l'home és el resultat de recórrer a formes i estructures simètriques. Tenint tot això en compte, perquè no fer ús d'aquest fenomen tan corrent i introduir-lo dins dels continguts pedagògics? De fet la simetria és quelcom tan comú per a tothom, i es té tant interioritzada i assimilada, que esdevé una base experiencial excel·lent com a punt de partida per a la introducció de conceptes més fonamentals dins del camp de la química com són l'enllaç químic, l'àtom, la molècula i els cristalls, entre d'altres, i que permet l'estudi dels materials i de les seves propietats.

Tornant al cas particular dels materials, la presència de simetria ens facilita molt el seu estudi ja que es redueix molt la seva descripció. En efecte, una teoria de les propietats dels sòlids seria pràcticament impossible si els elements més estables no fossin xarxes cristal·lines regulars. Només el fet que existeixi una simetria de translació, es a dir, que cada certa distancia en l'espai es trobi el mateix patró repetit, facilita molt el problema. Així doncs, el concepte de la simetria aplicada als materials i explicada en base a com estan units els diferents àtoms o molècules que formen el material ens ajuda a entendre les seves propietats. Per exemple, en el cas dels cristalls de gel hexagonals esmentats abans, el fet que les molècules d'aigua adoptin aquesta conformació ordenada i simètrica fa que el gel sigui menys dens que l'aigua líquida -on les molècules es troben desordenades- i això explica que el gel suri en l'aigua. Alhora, la simetria també permet fer un acostament al concepte de l'àtom quàntic, ja que la natura dels àtoms que acaben formant les molècules i cristalls és el que determina de quines formes es poden produir els enllaços i entre quins elements. En efecte, les propietats dels materials no només depenen dels elements que els constitueixen, sinó que la forma com es troben enllaçats -la seva simetria- és també un factor clau que cal tenir en compte. Un exemple clar que il·lustra la importància de la simetria en les propietats, al marge dels elements constituents, és la diferencia entre el grafit i el diamant, ambdós formats per àtoms de carboni però amb diferent distribució en l'espai, diferent simetria.

Els operadors o elements de simetria

De cara a introduir la simetria com a contingut pedagògic, una bona estratègia per començar a tractar el tema és reduir el problema a només dues dimensions. Concentrant-nos només en el pla es facilita l'aproximació, ja que es limita la quantitat de relacions simètriques. Un cos o figura és simètric quan consta de meitats idèntiques o quan es pot moure sense que varíï el seu aspecte, es a dir, sense que un espectador que no ha vist com s'efectuava el moviment pugui saber si el moviment s'ha produït o no. Agafant com exemple el símbol del número zero, aquest es pot posar de cap per avall i algú que no hagués vist com es duia a terme el gir, no podria saber si el gir s'ha produït, ja que el que s'obté és, de nou, 0. Segons la forma de la figura o objecte, i també dels motius que pugui contenir a les superfícies, existeixen un cert tipus de girs o moviments que es poden realitzar sense que l'aspecte de la figura canviï, i que es coneixen com *operadors* o *elements* de simetria (Gali Medina, 1992; Hammond, 1997 i Rousseau, 1995). Cinc dels operadors de simetria que existeixen en dues dimensions són els eixos d'ordre dos, o *binari*, d'ordre tres, o *ternari*, d'ordre quatre, o *quaternari*, i d'ordre sis, o *senari*, juntament amb les *línies de reflexió*. En el cas dels eixos, aquests operadors efectuen una rotació igual al resultat de dividir 360 entre l'ordre de l'eix. Per tant, un eix binari efectuarà una rotació de 180 (360/2) graus, el ternari de 120 (360/3) i així successivament. Una línia de reflexió en canvi és una línia imaginaria que genera imatges especulars a ambdós costats de la mateixa. Els eixos s'anomenen pel número corresponent al seu ordre, i es representen –en ordre creixent– per un menisc convergent, un triangle, un quadrat, i un hexàgon. La línia de reflexió es denota amb la lletra *m* (de *mirror,* mot anglès per designar "mirall") i es representa amb una línia contínua (vegeu la figura 2). Totes les combinacions possibles d'aquests cinc elements de simetria donen lloc al que es coneix com *grups puntuals de simetria* en dues dimensions. S'anomenen puntuals ja que aquest grups són finits i tots els elements de simetria es tallen en un punt. En la figura 2 es mostra la representació dels deu grups amb els seus noms i amb la distribució dels elements de simetria. Tota figura bidimensional simètrica ha de posseir una simetria corresponent a algun d'aquests deu grups.

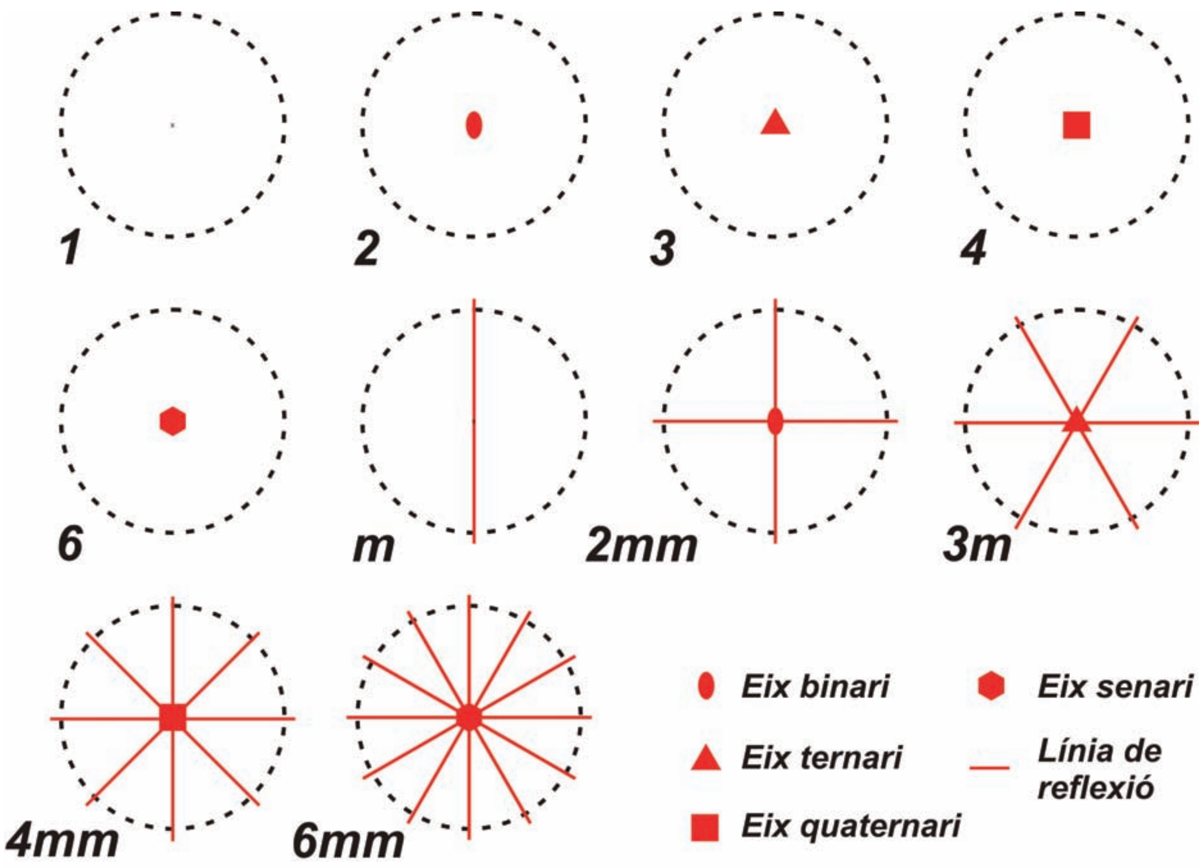

Figura 2. Representació dels deu grups puntuals de simetria (GPS) en dues dimensions.

Alguns exercicis utilitzant els operadors de simetria

Un cop feta la descripció dels elements de simetria més senzills i dels grups puntuals de simetria a que donen lloc, es poden començar a posar en pràctica aquests conceptes mitjançant exercicis. Una bona manera de familiaritzar-se amb els diferents elements de simetria i del seu efecte és intentant buscar la simetria de figures bidimensionals finites. Per fer això es disposa de multitud de recursos ja que es poden utilitzar els símbols dels números -com el cas del 0 abans vist- o qualsevol caràcter. En el cas del zero per exemple, aquest pertany al grup puntual de simetria *2mm*, ja que tant si es divideix per la meitat horitzontalment com verticalment s'obtenen dues meitats iguals. A més de caràcters i números es poden utilitzar figures familiars per als alumnes com són els logotips de marques o de companyies com per exemple el de la Renfe o el dels Ferrocarrils de la Generalitat. Un altre recurs molt atractiu són els dibuixos de l'artista holandès Maurits Cornelis Escher (1898-1972), el qual basava el seu art en la simetria i la perspectiva. A la figura 3 es mostren quatre dels seus dibuixos on s'han indicat els diferents elements de simetria presents i el grup puntual de simetria al qual pertanyen. Una forma de fer aquests exercicis de manera interactiva amb els alumnes és fent ús d'un retroprojector i de transparències a on es poden anar dibuixant els elements de simetria a mesura que els alumnes els van identificant.

Les xarxes periòdiques bidimensionals i la línia de lliscament

Però encara existeix un nivell superior de simetria en dos dimensions que no es pot descriure amb cap dels deu grups

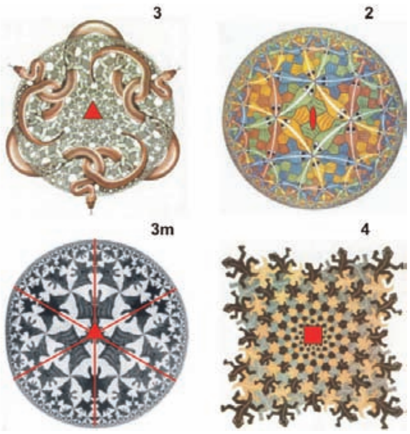

Figura 3. Dibuixos d'Escher on s'indiquen els elements de simetria presents i el GPS al que pertanyen.

puntuals de simetria. Així, a banda dels cinc elements de simetria esmentats, existeix un sisè que es manifesta en patrons bidimensionals infinits, i que no es més que la translació. La translació, aplicada a una figura, consisteix a desplaçar-la segons un determinat vector sense que es deformi, de manera que tots llurs punts descriuen trajectòries rectilínies, iguals i paral·leles. Si agafem com exemple un enrajolat del terra o d'una paret, cada rajola individual amb el seu motiu pertanyeria a un dels deu grups de simetria puntual, mentre que l'enrajolat en conjunt és el resultat d'aplicar translacions successives a aquesta rajola inicial, o el que és el mateix, de col·locar rajoles idèntiques les unes al costat de les altres fins cobrir tot l'espai. Aquesta repetició d'unitats equivalents -i idealment fins a l'infinit- s'anomena *periòdica*. El període en l'exemple anterior seria una rajola, i l'enrajolat es consideraria una xarxa periòdica bidimensional. Seguint amb el mateix exemple, segons la forma i motiu que tingui la rajola, es poden tenir cinc tipus de xarxes periòdiques diferents, o el que és el mateix, xarxes amb les quals es pugui cobrir un pla sense deixar forats buits.

Aquestes són la *quadrada*, *rectangular simple*, *rectangular centrada*, *obliqua* i *hexagonal*. Cadascuna d'aquestes xarxes es descriu per una *cel·la unitat*, que és la unitat més petita del patró que es va repetint. En el cas dels enrajolats, la cel·la unitat pot coincidir amb la rajola però això no cal que sigui sempre així. El motiu de les rajoles pot fer que la cel·la unitat sigui més gran o mes petita que la pròpia rajola. En la figura 4 es presenten les cel·les unitats corresponents a cadascuna de les xarxes periòdiques bidimensionals.

Com a conseqüència de tenir en compte la translació, es genera un nou element o operador de simetria, la *línia de lliscament*. Aquest element, a part d'efectuar una reflexió com les línies m, efectua tot seguit una translació paral·lela la línia. Seguint l'exemple inicial del mirall en el qual ens mirem cada matí, si en lloc d'un mirall ordinari es tractés d'un pla de lliscament -l'equivalent tridimensional de la línia de lliscament- la nostra imatge la trobaríem no just davant de nosaltres sinó desplaçada cap a un costat. La distància que és desplaça la imatge obtinguda amb una línea de lliscament correspon a la meitat del costat de la cel·la paral·lel a la línia de lliscament. Les línies de lliscament es denoten amb la lletra *g* (de *glide*, lliscar en anglès) i es representen per una línia discontínua. Finalment, la combinació dels deu grups de simetria puntual bidimensionals amb les cinc xarxes periòdiques possibles en el pla dóna lloc a disset *grups espacials de simetria plana*. Tot patró o mosaic bidimensional i periòdic ha de pertànyer forçosament a algun dels disset grups. En la figura 5 es presenta per a cadascun dels grups la seva cel·la unitat, el seu nom i la distribució en l'espai dels elements de simetria presents.

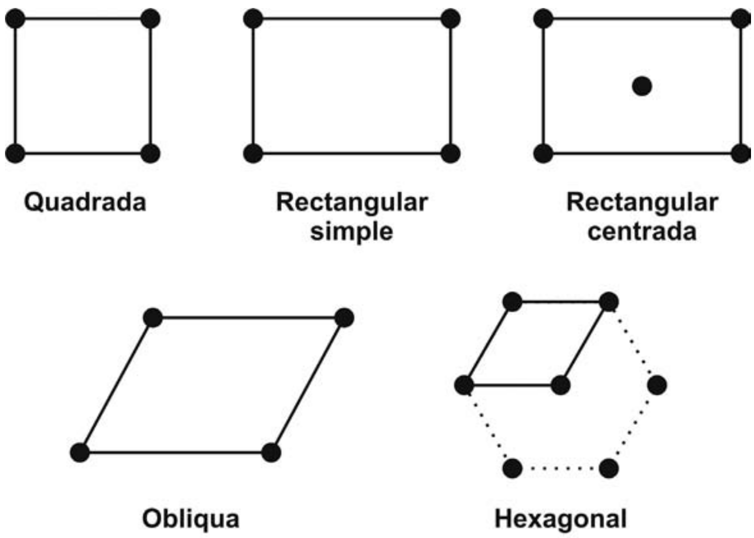

Figura 4. Cel·les unitats de les cinc xarxes periòdiques bidimensionals.

Així doncs, un cop afegida la periodicitat als elements puntuals de simetria i generades les possibles xarxes i grups de simetria espacial en el pla, es pot passar a la seva aplicació en exercicis. Aquí de nou es compta amb molts recursos: enrajolats ceràmics amb motius geomètrics com els de per exemple l'Alhambra a Granada, o el patró hexagonal de les rajoles dissenyades per Antoni Gaudí al Passeig de Gràcia de Barcelona. De fet, qualsevol paviment periòdic es pot fer servir per buscar simetria. En aquest cas, de nou els dibuixos d'Escher representen un recurs didàctic molt atractiu.

A la figura 6 es presenten diversos mosaics d'Escher on s'han indicat els diferents elements de simetria presents juntament amb la cel·la unitat en cada cas. A la llegenda s'indica el grup de simetria espacial plana al qual pertany cada mosaic. En aquest cas, de nou l'ús del retroprojector i les transparències esdevé molt efectiu. Com queda palès a la figura, els colors de les diferents figures i motius s'han de tenir en compte a l'hora de buscar la simetria. En alguns dels exemples que s'hi presenten la simetria seria una altra si tots el motius fossin del mateix color. Per exemple, al mosaic superior central, si tos els gossos es pinten del mateix color la cel·la unitat es redueix a la meitat i es generen noves línies de lliscaments tot i que el grup de simetria és encara el Pg.

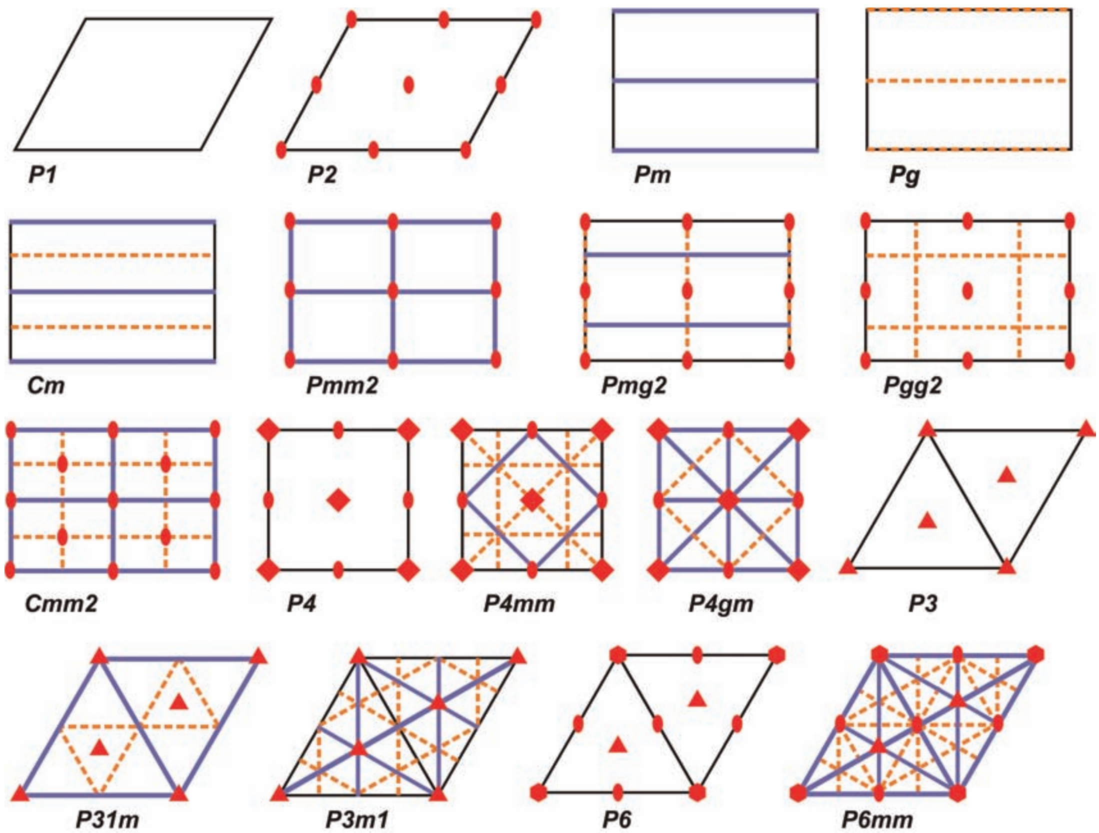

Figura 5. Els 17 grups espacials de simetria plana

Figura 6. Dibuixos periòdics d'Escher a on s'indiquen els elements de simetria presents. Començant per la imatge superior esquerra i d'esquerra a dreta, els grups espacials de simetria plana als quals pertanyen els mosaics són: P4, Pg, Pg, Pg, P3, Pmg2, P2, P4mm, P3m1, Pg, P2 i P3.

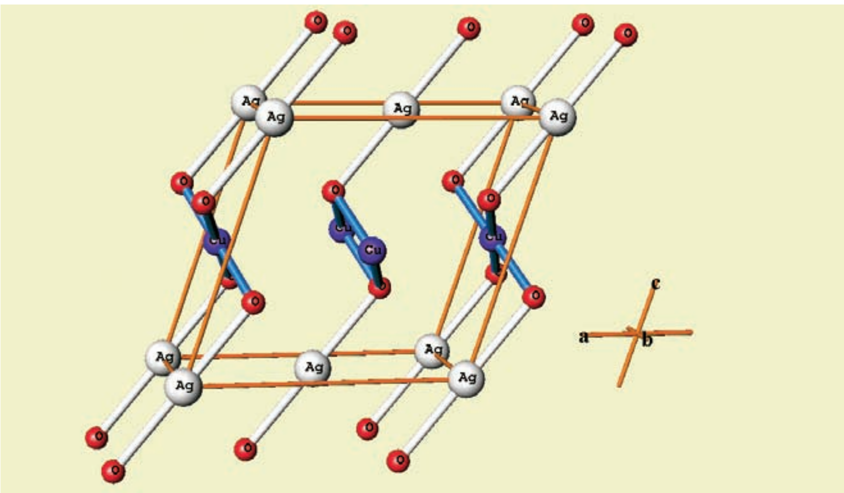

Figura 7. Cel·la unitat de $AgCuO_2$.

Per anar una mica més enllà

En passar al tractament tridimensional les coses es compliquen més, però es podria introduir després de familiaritzar els alumnes a aplicar els elements de simetria a exemples de dues dimensions. Per al tractament de la simetria en tres dimensions es requereix adquirir una certa habilitat en la visió espacial. Així, es podria passar a buscar la simetria d'objectes tridimensionals com un tetràedre o octàedre, o la cel·la d'un cristall d'un material real, com un òxid mixt de coure i plata sintetitzat per primera vegada en els darres anys, de fórmula $AgCuO_2$, (Muñoz-Rojas et al, 2005) que es pot anomenar cuprat de plata (III). La cel·la unitat d'aquest compost, la es presenta en la figura 7. Però, per poder treballar la simetria en 3 dimensions, abans caldria definir i descriure els elements de simetria tridimensionals i els grups espacials de simetria als quals donen lloc i analitzar, en primer lloc la simetria dels cristalls més simples i de compostos adequats al nivell dels alumnes.

Una experiència a l'aula amb alumnes que es preparen per obtenir el CAP (Certificat d'Aptitud Pedagògica)

Les classes per preparar per a el Certificat d'Aptitud Pedagògica (CAP) s'adrecen als llicenciats de les diferents especialitats amb la finalitat d'orientar-los per desenvolupament de tasques docents dins l'àmbit de la secundària. Es va considerar interessant aportar aquestes reflexions al voltant de la utilització pedagògica de les simetries als estudiants del CAP, en el bloc de continguts lligat amb l'enllaç químic i una proposta per abordar les relacions entre l'estructura dels cristalls i les propietats dels sòlids amb els estudiants de secundària.

L'objectiu era aconseguir una millor comprensió dels models d'enllaç químic i la seva relació amb les propietats de les substàncies o les característiques de les molècules.

La unitat es va estructurar en una sessió teòrica de dues hores per introduir els conceptes d'enllaç i una sessió teòrico-pràctica de dues hores també, per introduir els elements de simetria i utilitzar-los per relacionar el model d'enllaç i les propietats dels materials o característiques d'una molècula.

L'objectiu era aconseguir una millor comprensió dels models d'enllaç químic i la seva relació amb les propietats de les substàncies o les característiques de les molècules.

Com ja s'ha comentat, la natura dels àtoms que s'enllacen i els diferents tipus d'enllaços i simetries que es donen en els materials i molècules permet entendre i explicar moltes de les seves propietats. Les sessions es van desenvolupar amb molta participació dels alumnes. Per començar es va plantejar l'exemple dels cristalls hexagonals de gel i es va preguntar als alumnes perquè creien que el gel tenia aquesta estructura. A partir d'aquí es va començar a desenvolupar la teoria de les simetries fent servir el símil de les rajoles. Es van anar resolent exercicis amb el retroprojector tot seguint l'esquema proposat en aquest article, fins arribar a l'exemple de cristalls de compostos complexos en la seva estructura i enllaços, tal com el que es presenta en la figura 7.

L'experiència va resultar molt positiva i els alumnes van respondre amb entusiasme. Tal com cal esperar, en molts d'ells es feia palesa la base experiencial en quant a la simetria i de seguida assimilaven el funcionament dels diferents operadors de simetria presentats i eren capaços d'identificar-los. L'atractiu de les figures d'Escher -inèdites per a la majoria- juntament amb la familiaritat amb els altres exemples cristalls de gel, rajoles de Gaudí- aconseguiren un grau de motivació i d'interès molt satisfactori en els alumnes.

La simetria, per tant, esdevé un concepte molt interessant per a la seva introducció dins dels continguts pedagògics ja que, a més d'estar íntimament relacionat amb molts conceptes de la química i dels materials -i d'altres àrees com les enginyeries o l'arquitectura-, compta amb una base esperiencial sòlida en els alumnes i a més pot ser introduït a classe duna forma molt atractiva pels alumnes.

Agraïments

L'autor vol expressar el seus agraïments a Joan Ferran per les agradables classes de cristal·lografia, en les quals ens va introduir a la simetria per mitjà dels dibuixos d'Escher, i a Mercè Izquierdo, per l'entusiasme amb que ens va endinsar en l'apassionant món de la didàctica de les ciències i pels ànims i recolzament que han fet que aquest article hagi estat escrit.

Referències i bibliografia

Gali Medina, S. (1992). *Cristalografía: teoría reticular, grupos puntuales, grupos especiales*. Ed. Springer.

Hammond, C., (1997). *The basics of crystallography and diffraction*, Oxford University Press.

Libbrecht, K. (2007). *The Art of he Snowflake: A Photographic Album*, Voyageur Press.

Muñoz-Rojas, D., Fraxedas, J., Subias, G., Gómez-Romero, P., Casañ-Pastor, N., (2005), J. Phys. Chem. B, 109, 6193-6203.

Rousseau, J.J. (1995) *Cristallographie géométrique et radiocristallographie*, Ed. Masson.

http://invsee.asu.edu/nmodules/Carbonmod/crystalline.html
http://snowflakebentley.com/index.htm,
http://www.its.caltech.edu/~atomic/snowcrystals/
http://www.mcescher.com/.

David Muñoz-Rojas és llicenciat en Ciències Químiques, especialitat Química Orgànica, per l'Institut Químic de Sarrià (Universitat Ramon Llull) i doctor en Ciència de Materials per la Universitat Autònoma de Barcelona (Institut de Ciència de Materials de Barcelona, ICMAB-CSIC). La seva tasca com a investigador ha estat molt relacionada amb la síntesi de nous materials i l'estudi de les seves propietats, el desenvolupament de materials per a dispositius de generació i emmagatzematge de energia i l'estudi de materials híbrids (orgànic-inorgànic) nanomètrics. Actualment es dedica a la recerca en el camp de la nanotecnologia aplicada al desenvolupament de les cel·les solars fotovoltaiques, a la Universitat de Cambridge, Department of Materials Science and Metallurgy.
dmrojas@icmab.es