

El control automàtic en el disseny d'estructures sotmeses a accions dinàmiques.

José Rodellar i Alex H. Barbat

ENGINYERS DE CAMINS, CANALS I PORTS. UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

El disseny d'estructures sotmeses a accions dinàmiques és un procés amb una complexitat i una dificultat en augment a causa de les necessitats creixents de seguretat i confort imposades per la vida moderna. Les formes estructurals cada vegada més complexes requereixen la consideració en el càlcul de models dinàmics complexos i de nivells de càrregues alts. Aquest fet ha dut al desenvolupament de noves tècniques de disseny, que es basen essencialment en un més bon coneixement dels fenòmens dinàmics implicats i en la utilització dels ordinadors.

Les decisions de disseny estructural enfront de càrregues dinàmiques estan condicionades pel tipus d'acció a què es troba sotmesa l'estructura. Podem destacar alguns objectius del disseny estructural que són comuns a qualsevol tipus de càrrega dinàmica, com per exemple: evitar el col·lapse de l'estructura durant accions dinàmiques molt fortes, evitar-í, els desperfectes estructurals importants durant accions dinàmiques moderades, limitar-hi l'amplitud de la resposta dinàmica assegurant així el confort dels ocupants. En aquest article considerem accions dinàmiques les produïdes per fenòmens naturals com el vent i el moviment sísmic de la terra.

El vent produeix en els edificis alts, que tendeixen a tenir dimensions cada vegada més impressionants, moviments que poden causar fissures en els elements estructurals, avaries en els elements no estructurals, com també manca de confort dels ocupants.

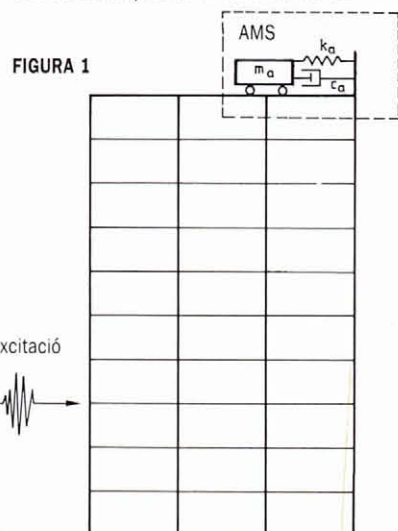
La solució clàssica d'aquests problemes és proveir l'estructura de més amortiment, fent servir elements no estructurals dissenyats de tal manera que absorbeixin una part de l'energia induïda, mitjançant la seva fissuració.

Durant els moviments sísmics forts s'indueix una gran quantitat d'energia cinètica en les estructures. Generalment, les estructures es defensen d'aquesta acció mitjançant la seva capacitat de resistència en el camp elàstic i, al mateix temps, mitjançant la seva deformabilitat i capacitat de dissipar energia. Un disseny econòmic es relaciona amb la deformació estructural en el camp no elàstic durant els terratrèmols forts. Aquest concepte de disseny sísmic ha tingut com a resultat estructures amb una gran capacitat de deformació plàstica, amb la qual cosa se'ls ha pogut reduir la capacitat de resistència elàstica. No obstant això, les deformacions no elàstiques van acompanyades generalment d'avaries estructurals de consideració.

La utilització d'un concepte de disseny a càrregues dinàmiques basat en l'avaría d'elements estructurals o no estructurals amb la finalitat d'absorbir parcialment l'energia induïda té grans inconvenients. Hi podem assenyalar: el deteriorament progressiu de l'estructura sota l'acció dinàmica, amb les dificultats corresponents de reparació; la impossibilitat de fer servir aquest concepte posats en el cas que existeixi una incompatibilitat funcional entre les deformacions admissibles de l'estructura i de les instal·lacions, per una part, i les

grans deformacions estructurals necessàries per a dissipar energia, per una altra (cas de les centrals nuclears); la incapacitat d'alguns tipus d'estructures d'experimentar deformacions plàstiques importants sense avaries greus (per exemple, estructures tipus làmina).

Una alternativa a aquest tipus de disseny, que elimina els inconvenients esmentats, consisteix en la utilització de dispositius mecànics connectats a l'estructura, capaços d'absorbir una part de l'energia del vent o del sísmic. Aquests dispositius es defineixen com a sistemes de control passiu i tenen l'avantatge que, com que són independents de l'estructura, eviten el deteriorament dels elements estructurals. Els sistemes de control passiu més emprats són l'amortidor mecànic sintonitzat (AMS) (mireu la figura 1), per a reduir la resposta a l'acció del vent i els sistemes d'aïllament de la base estructural (SAB) per a millorar el comportament sísmic de les estructures. L'aplicació de sistemes de control passiu suposa únicament una solució parcial al problema de reducció de la resposta dinàmica de les



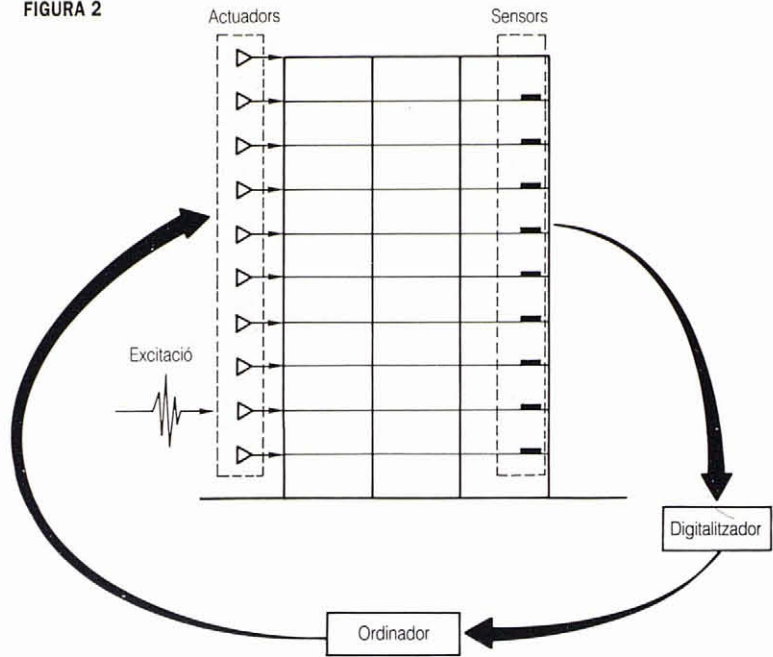
estructures, ja que aquests subministren accions de control limitades que només redueixen la resposta dinàmica corresponent al primer mode de vibració de l'estructura.

Per a millorar el rendiment d'aquest tipus de dispositiu, ha estat proposat l'ús de sistemes de control actiu que es basen en la Teoria del Control de Sistemes. Els sistemes de control actiu són governats per un ordinador que, en funció de la resposta estructural mesurada, calcula el valor de les forces de control necessàries per a optimitzar aquesta resposta. La resposta estructural es mesura mitjançant sensors, l'ordinador rep aquesta informació en forma digitalitzada i, servint-se'n, calcula mitjançant una metodologia de control els valors de les forces de control. Aquestes s'apliquen sobre l'estructura utilitzant actuadors apropiats, com podem veure a l'esquema de la figura 2. Un sistema de control actiu definit d'aquesta manera correspon a un sistema de control per ordinador enllaçat tancat similar als emprats en aplicacions diverses de control automàtic. En el cas de control estructural actiu, el control òptim ha estat la metodologia de control més utilitzada. Recentment, ha estat proposada una nova metodologia de control estructural que es basa en el concepte de control predictiu.

Sistemes de control passiu

La utilització de sistemes constituïts per massa, rigidesa i amortidor viscos, acoblats a estructures amb el fi de reduir-ne la resposta, ha donat bons resultats per a estructures sotmeses a accions produïdes pel vent. Els edificis alts, flexibles, sotmesos a l'acció del vent, vibren normalment en la seva freqüència fonamental. Els amortidors mecànics tenen la freqüència $w_a^2 = m_a/k_a$ sintonitzada a la freqüència fonamental de l'estructura w_1 . Es col·loquen a la part superior de l'estructura i el seu efecte és de reduir la resposta corresponent al mode fonamental de vibració. Els AMS redueixen significativament la resposta estructural utilitzant masses m_a de no-

FIGURA 2



més un 1% de la massa estructural equivalent corresponent al primer mode, però fins i tot així són instal·lacions massives.

Podem citar diversos edificis singulars importants del món (construïts entre 1971 i 1984) que tenen incorporats AMS per a reduir la resposta produïda per l'acció del vent, com són per exemple el World Trade Center (New York), el Centerpoint Tower (Sydney, Austràlia), el Citicorp Center (New York), el John Hancock Tower (Boston, Massachusetts), el CN Tower (Toronto, Canadà), etc. Si considerem per a l'estructura sense AMS un model dinàmic amb «n» graus de llibertat, el sistema d'equació del moviment corresponent al model amb AMS el podem expressar en la forma

$$M\ddot{d} + C\dot{d} + Kd = f(t)$$

$$m_a(\ddot{d}_n + \ddot{d}_a) + c_a\dot{d}_a + k_ad_a = 0 \quad (1)$$

on M , C i K són respectivament les matrius de massa, amortiment i rigidesa de l'estructura sense AMS i d , \dot{d} i \ddot{d} són respectivament els vectors del desplaçament, velocitat i acceleració de resposta de l'estructura. m_a , c_a i k_a són la mas-

sa, l'amortiment i la rigidesa de l'AMS i d_a , \dot{d}_a i \ddot{d}_a són el desplaçament, la velocitat i l'acceleració de resposta de l'AMS, respectivament. $f(t)$ és el vector de les forces produïdes pel vent, que actuen només sobre l'estructura.

Prenem com a exemple l'edifici Citicorp Center (New York) que ha estat modelitzat com a sistema amb un sol grau de llibertat amb les característiques següents: $m_1 = 1,81 \times 10^7$ kg, $m_a = 0,02 m_1 = 3,63 \times 10^5$ kg, $k_1 = 1,82 \times 10^5$ N/cm, $k_a = 3,03 \times 10^3$ N/cm, $c_1 = 3,64 \times 10^3$ N.s/cm, $c_a = 2,39 \times 10^2$ N.s/cm. La força exterior produïda pel vent és considerada del tipus:

$$f(t) = f_0 (3 \sin \theta t + 7 \sin 2\theta t + 5 \sin 3\theta t + 4 \sin \theta t)$$

on θ és la freqüència predominant de l'excitació, considerada igual a la freqüència fonamental de l'estructura sense AMS: $\theta = w_1 = (k_1/m_1)^{1/2} \approx 1,0$ rad/s, i l'amplitud f_0 es considera igual a $4,34 \times 10^4$ N. La figura 3a mostra la reducció de la resposta dinàmica del sistema amb AMS, mentre que la figura 3b representa el desplaçament de resposta de l'AMS.

En el cas dels edificis sotmesos a l'acció sísmica, el grau de reducció de la resposta mitjançant AMS depèn de les característiques del moviment sísmic i de la resposta de l'estructura que es vulgui controlar. L'AMS, una vegada ha estat posat en moviment, redueix la resposta de l'estructura primària. Però, si la resposta de l'estructura primària es produeix sense moviments importants previs al moviment màxim, l'AMS és incapaç d'impedir que es produeixi la resposta màxima de l'estructura primària. Conseqüentment, l'eficàcia de l'AMS en el cas sísmic és incert, i és recomanable la utilització d'un altre tipus de sistema com, per exemple, el sistema d'aïllament de la base estructural (SAB). El SAB es compon de molles (o suports de cautxú laminat) i dispositius amortidors. En la condició en la qual el SAB té rigidesa lineal i amortidor viscos, les equacions del moviment de l'estructura sotmesa a una acceleració del terreny $a(t)$ es poden escriure de la forma:

$$m_b \ddot{d}_b + c_b \dot{d}_b + k_b d_b - c_1 \dot{d}_1 - k_1 d_1 = -m_b a(t)$$

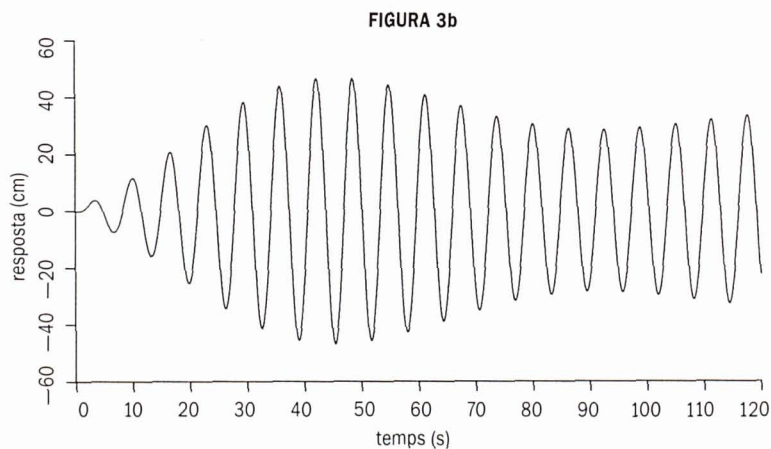
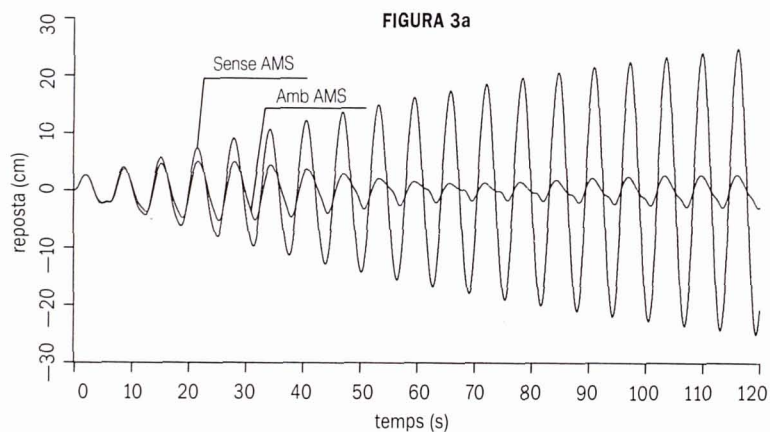
$$M \ddot{d} + C \dot{d} + K d = -M_j(a(t) + \ddot{d}_b(t)) \quad (2)$$

on m_b , c_b i k_b són, respectivament, la massa, l'amortiment i la rigidesa del SAB, i d_b , \dot{d}_b i \ddot{d}_b són el desplaçament, velocitat i acceleració de resposta del SAB, respectivament. L'índex 1 es refereix al primer grau de llibertat de l'estructura sense SAB i j és un vector amb elements 1 i 0. Els edificis aïllats amb SAB vibren pràcticament en el mode de cos rígid amb freqüència $\omega_0 = (k_b/M_t)^{1/2}$ on M_t és la massa total de l'estructura. Aquestes freqüències són, en general, de l'ordre de 1-2 rad/s, mentre que les freqüències predominants del moviment sísmic del terreny superen normalment 7 rad/s, la qual cosa assegura una bona protecció de l'estructura. Per a terratrèmols amb període predominant gran, cal reduir la rigidesa del SAB.

Sistemes de control actiu.

Control Digital d'Estructures

Un sistema de control actiu és constituït fonamentalment per sensors, un controlador digital i actuadors, connectats en llaç tancat. Els sensors mesuren certes característiques de resposta de l'estructura, com són desplaçaments, velocitats o acceleracions. El controlador digital inclou un convertidor analògic-digital que proporciona, a cada instant del mostreig, valors discrets de la resposta mesurada. L'ordinador calcula els valors de la seqüència de forces de control mitjançant l'algorisme de control. El convertidor digital-analògic converteix aquesta seqüència en un senyal de control



analògic, que s'aplica sobre l'estructura mitjançant actuadors.

Un dels problemes difícils a l'hora d'implementar a la pràctica els sistemes de control actiu és el disseny d'actuadors. Però, actualment, hi ha qui fa una sèrie de treballs experimentals que tenen com a objectiu el desenvolupament d'actuadors apropiats per al control actiu.

La gran majoria dels estudis en els camps del control estructural actiu han estat dedicats al desenvolupament de metodologies de control, l'eficàcia de les quals ha estat comprovada mitjançant simulació numèrica. L'estructura controlada, el model de la qual té «n» graus de llibertat, es representa mitjançant el sistema d'equacions $\underline{M}\ddot{\underline{d}} + \underline{C}\dot{\underline{d}} + \underline{K}\underline{d} = \underline{f} + \underline{g}$ (3) on \underline{f} i \underline{g} són vectors de dimensió n

de les forces produïdes per l'excitació exterior i de les forces de control, respectivament. Les altres matrius i vectors (de dimensió n) han estat definits anteriorment. L'element g_i del vector \underline{g} és la força de control aplicada per un actuator en la direcció del grau i de llibertat. Si el nombre d'actuadors és $r \leq n$ podem escriure:

$$\underline{g} = \underline{L} \underline{u} \quad (4)$$

on \underline{u} és un vector de control de dimensió r i \underline{L} és una matriu $n \times r$ amb elements 1 i 0, que defineix els actuadors.

Definint un vector d'estat \underline{x} de dimensió 2n

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} \underline{d} \\ \dot{\underline{d}} \end{pmatrix} \quad (5)$$

i utilitzant l'equació (4), l'equació (3) es pot escriure

$$\dot{\underline{x}} = \underline{F}\underline{x} + \underline{G}\underline{u} + \underline{w} \quad (6)$$

$$\underline{F} = \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{I} \\ -\underline{M}^{-1}\underline{K} & -\underline{M}^{-1}\underline{L} \end{bmatrix},$$

$$\underline{G} = \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{M}^{-1}\underline{L} \end{bmatrix}$$

$$\underline{w} = \begin{pmatrix} \underline{0} \\ \underline{M}^{-1}\underline{f} \end{pmatrix} \quad (7)$$

La solució analítica de l'equació (6) és:

$$\underline{x}(t) = e^{\underline{F}(t-t_0)}\underline{x}_0 +$$

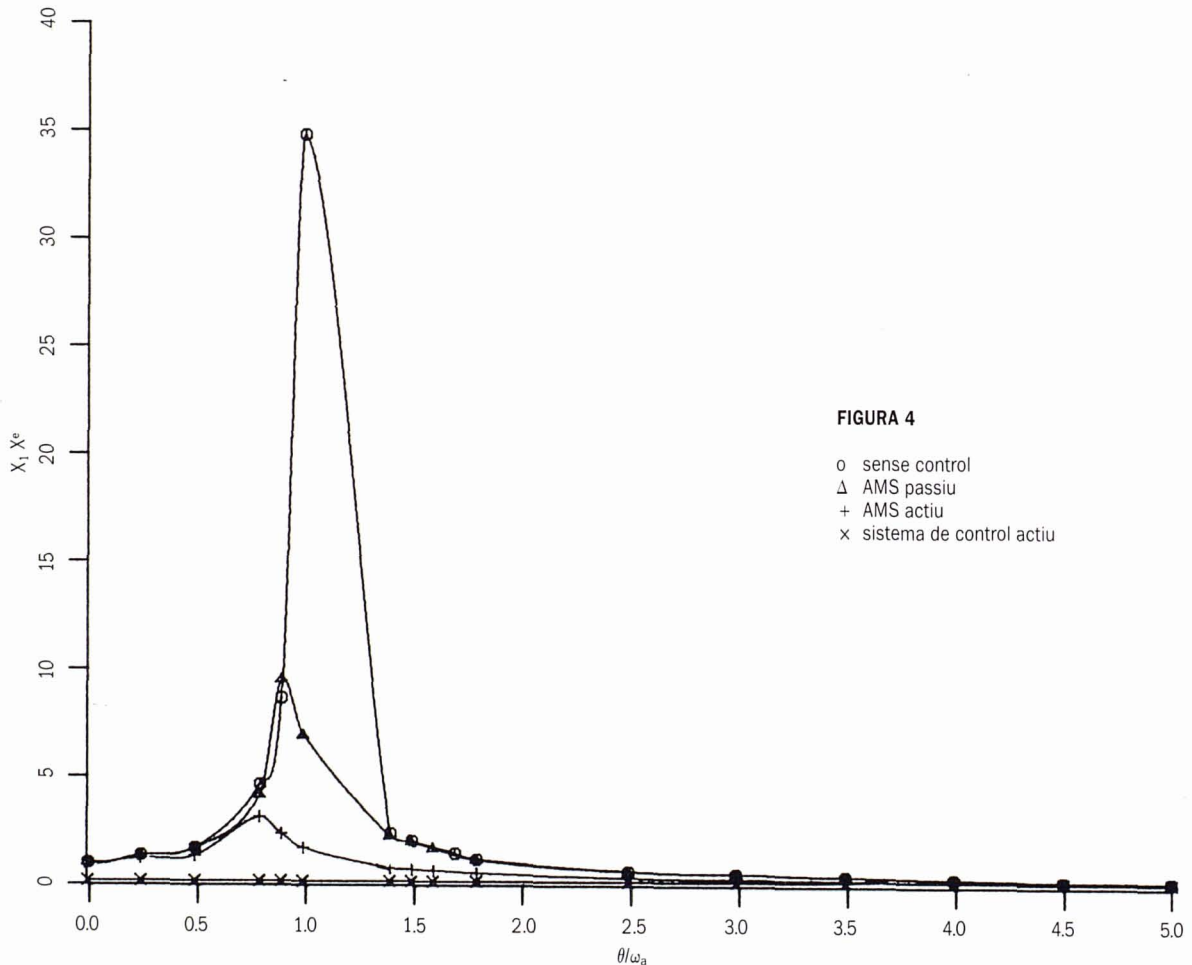


FIGURA 4

- o sense control
- Δ AMS passiu
- + AMS actiu
- x sistema de control actiu

$$\int_{t_0}^t e^{\underline{F}(t-\tau)} [\underline{G} \underline{u} + \underline{w}] d\tau \quad (8)$$

on hem utilitzat la condició inicial $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_0$ i la definició de la matriu exponencial

$$e^{\underline{F}(t-t_0)} = \underline{I} + \underline{F}(t-t_0) + \frac{\underline{F}^2(t-t_0)^2}{2!} + \dots \quad (9)$$

La resposta mesurada $\underline{x}(t)$ es comprova mitjançant un període de mostreig T i en resulta una seqüència de vectors $\underline{x}(kT)$ ($k = 1, 2, \dots$). L'ordinador calcula, per mitjà de l'algoritme de control utilitzat, els valors $\underline{u}(kT)$ del vector de control. L'equació (8) s'expressa entre dos instants de mostreig consecutius ($kT, kT + T$). Si considerem que \underline{w} té una variació lineal entre kT i $kT+T$, i que \underline{u} és constant i igual a $\underline{u}(kT)$ en el mateix interval, la integral de (8) té solució analítica, que es pot expressar en la forma:

$$\underline{x}(kT+T) = \underline{A} \underline{x}(kT) + \underline{B} \underline{u}(kT) + \underline{P}_1 \underline{w}(kT+T) + \underline{P}_2 [\underline{w}(kT+T) - \underline{w}(kT)] \quad (10)$$

Les matrius \underline{A} , \underline{P}_1 i \underline{P}_2 (de dimensió $2n \times 2n$) i \underline{B} (de dimensió $2n \times 2r$) es defineixen mitjançant les expressions:

$$\begin{aligned} \underline{A} &= e^{\underline{F}T} ; \\ \underline{P}_1 &= \int_0^T e^{\underline{F}\mu} \delta \mu ; \\ \underline{P}_2 &= -\frac{1}{T} \int_0^T e^{\underline{F}\mu} \delta \mu ; \\ \underline{B} &= \underline{P}_1 \underline{G} \end{aligned} \quad (11)$$

L'equació (10) és un model matemàtic en temps discret que relaciona el vector d'estat mostrejat $\underline{x}(kT)$ al vector de control $\underline{u}(kT)$. Un criteri més senzill per a simular \underline{w} considera $\underline{w} = \underline{w}(kT)$ sobre $[kT, kT + T]$ i en resulta l'equació següent en temps discret:

$$\underline{x}(kT + T) = \underline{A} \underline{x}(kT) + \underline{B} \underline{u}(kT) + \underline{P}_1 \underline{w}(kT) \quad (12)$$

Estratègia de Control Predictiu

La metodologia de control predictiu, definida com una part d'un

sistema de control adaptatiu predictiu, ha estat aplicada recentment al control estructural actiu. L'estratègia de control predictiu s'implementa mitjançant un model predictiu i un bloc de consigna. El model predictiu es fa servir a cada instant de mostreig per generar un conjunt de forces de control de manera que la resposta predita de l'estructura pertanyi a una trajectòria de la resposta desitjada. El bloc de consigna genera una trajectòria de la resposta desitjada que minimitza una funció de cost.

El model predictiu es considera de forma

$$\underline{x}(k + 1) = \underline{A} \underline{x}(k) + \underline{B} \underline{u}(k) + \underline{P}_1 \underline{W}(k), \quad (13)$$

on $\underline{x}(k + 1)$ és el valor del vector d'estat predit en l'instant k , per a l'instant següent $k+1$. Podem observar que el model (13) té la mateixa forma que (12) però que el model es redefeix a cada instant k utilitzant els valors mesurats del vector d'estat $\underline{x}(k)$ i del vector de l'excitació $\underline{W}(k)$.

Les variables de resposta en temps discret que cal controlar es poden organitzar en un vector $\underline{y}(k)$ de dimensió m , definit per:

$$\underline{y}(k) = \underline{H} \underline{x}(k) \quad (14)$$

on \underline{H} és la dimensió $m \times 2n$. D'acord amb (13) i (14) la resposta predita es pot expressar en la forma següent:

$$\underline{y}(k + 1) = \underline{H} \underline{A} \underline{x}(k) + \underline{H} \underline{B} \underline{u}(k) + \underline{H} \underline{P}_1 \underline{W}(k) \quad (15)$$

El bloc de consigna es defineix minimitzant la funció de cost:

$$J = [\underline{y}(k + 1) - \underline{y}_r(k + 1)]^T \underline{Q} [\underline{y}(k + 1) - \underline{y}_r(k + 1)] \quad (16)$$

on \underline{Q} és una matriu de pes semidefinida positiva, i \underline{y}_r és una trajectòria de referència definida per:

$$\underline{y}_r(k + 1) = \theta_1 \underline{y}(k) + \theta_2 \underline{y}(k-1) \quad (17)$$

Aquesta trajectòria es redefeix a cada instant de mostreig k , partint de la resposta estructural corresponent a l'instant k i a l'instant previ $k-1$. θ_1 i θ_2 són matrius triades de tal manera que la trajectòria evolucioni fins al punt d'equilibri amb una dinàmica especificada.

La minimització de J proporciona la següent llei de control:

$$\underline{u}(k) = \underline{R}^{-1} \underline{y}_r(k + 1) - \underline{R}^{-1} \underline{H} \underline{A} \underline{x}(k) - \underline{R}^{-1} \underline{H} \underline{P}_1 \underline{W}(k) \quad (18)$$

on \underline{R} és una matriu $r \times n$ de forma:

$$\underline{R} = [\underline{B}^T \underline{H}^T \underline{Q} \underline{H} \underline{B}]^{-1} \underline{B}^T \underline{H}^T \underline{Q} \quad (19)$$

Com a exemple, tornem a considerar el Citicorp Center de New York, modelitzat com a sistema amb un sol grau de llibertat, sotmès a l'acció del vent modelitzada com $f(t) = f_0 \sin \theta t$. La deformació estàtica del model és $X^e = f_0/k_1$ i la resposta dinàmica màxima en desplaçaments és X_1 ; a la figura 7 hi ha la comparació entre la resposta màxima sense control i la resposta obtinguda mitjançant la utilització del sistema de control actiu proposat. Hi ha inclosa també la resposta de l'estructura amb AMS i la resposta obtinguda mitjançant l'aplicació de forces de control actiu sobre la massa de l'amortidor mecànic sintonitzat. La relació X_1/X^e hi es representa per a diverses freqüències de l'excitació θ normalitzades respecte a la freqüència ω_a de l'AMS.

Conclusions

En el marc dels diferents conceptes de disseny de les estructures enfront de càrregues dinàmiques s'obre pas l'ús de sistemes de control. El control passiu ha estat el primer a fonamentar-se teòricament i a aplicar-se a estructures reals. Les seves limitacions no en van impedir la seva utilització amb èxit. Però, el desenvolupament de la teoria del control estructural actiu, un camp d'investigació i d'experimentació que només té 15 anys, obre noves perspectives al disseny dinàmic d'estructures. El desenvolupament de metodologies de control diferents i el disseny de diferents tipus d'actuadors, fa, com més va més interessant per a l'enginyeria civil la idea de control actiu. Els resultats presentats en aquest article demostren que el mètode de control predictiu és eficient per a reduir la resposta estructural. A més, permet una formulació senzilla de l'algoritme de control, és fàcil d'implementar i és d'una eficàcia independent de la freqüència de l'excitació.