Els problemes aritmètics a l'ensenyament primari

Estudi de dificultats i proposta didàctica

Marina Tomàs i Folch

APORTACIONS DE LA INVESTIGACIÓ

Els resultats d'aquesta investigació es concreten en:

a) Una llista ordenada de problemes per als cinc primers cursos d'educació primària atenent les diverses categories de correcció.
b) Una ordenació de dificultats respecte a les variables de cada grup:
— de l'enunciat,
— del format de resolució,
— dels aspectes cognitius i
— de les habilitats mecàniques.
c) Una proposta de correcció dels problemes aritmètics i una seqüenciació de les dificultats.
d) Uns resultats segons la població, atenent la titularitat dels centres, la *ratio*, la grandària de la població, l'existència de departaments i la llengua d'aprenentatge.

Més concretament, els resultats d'aquesta investigació permeten confeccionar problemes tenint en compte la dificultat que suposen. Així, la seqüenciació presentada de variables permet les aplicacions següents, en el cas que proposem problemes d'un llibre a un alumne:

— classificar el problema segons cada grup de variables,
— calcular el nivell de dificultat del problema,
— comparar els resultats en el nostre grup o la nostra classe i la mitjana de Catalunya,
— comparar el resultat d'un nen aïlladament i la mitjana de Catalunya i
— ordenar els problemes proposats en una unitat didàctica segons dificultat creixent.

Més concretament, els resultats d'aquesta investigació permeten confeccionar problemes tenint en compte la dificultat que suposen. Així, la seqüenciació presentada de variables permet les aplicacions següents, en el cas que proposem problemes confeccionats per nosaltres mateixos:

— proposar problemes de cada grup de variables (enunciat, format de resolució, aspectes mentals i habilitats mecàniques) que segueixin l'ordre de dificultat investigat i
— diagnosticar la subvariable o les subvariables de resolució més difícil per tal de reorientar el disseny de la nostra programació de problemes.

L'exposició que fem a continuació de la nostra recerca comprèn una primera part on es presenten

unes bases teòriques sobre la resolució de problemes a l'ensenyament primari, i una segona part que correspon a l'experimentació realitzada i que inclou les diverses fases del treball: plantejament i disseny de la investigació, confecció de les proves de problemes, preexperimentació, experimentació, resultats obtinguts, tractament estadístic i resultats.

1. LA RESOLUCIÓ DE PROBLEMES, LES MATEMÀTIQUES I EL CURRÍCULUM

1.1. Les matemàtiques dins el currículum de l'ensenyament primari

L'ensenyament obligatori es caracteritza pel fet de tenir un currículum que respon a un projecte educatiu globalitzador, que agrupa diverses facetes de la cultura, del desenvolupament personal i social i de les necessitats vitals dels individus per desenvolupar-se en societat, destreses i habilitats considerades fonamentals. El tractament del currículum en aquests primers nivells ha de tenir un caràcter totalitzador, en la mesura que és un projecte educatiu complex on s'han de reflectir tots els objectius de l'escolarització. Així, el currículum tendeix a recollir d'una manera explícita la funció socilitzadora que té l'educació.

Entre els plantejaments genèrics sobre els continguts que ha de tenir un currículum obligatori citem Lawton i Skilbeck. Lawton (1983) suggereix com a punt de partida per realitzar una selecció cultural que configuri el currículum comú per a tots els alumnes vuit grans paràmetres o subsistemes culturals que presenten grans interaccions entre si. El currículum comprèn facetes molt diverses, com ara:

1. Sistemes de coneixement, de comprensió i d'explicació de la realitat exterior i de l'ésser humà.
2. Llenguatges i sistemes de comunicació verbals i no verbals.
3. Cultivar unes formes d'expressió estètica.
4. Disposar d'un sistema ecònomic que reguli la distribució dels béns.
5. Té una estructura social a través de la qual s'ordena la vida dels individus i dels grups.
6. S'organitza per mitjà d'uns sistemes de govern que regulen els assumptes públics.
7. Té subsistemes de valors organitzats i visions del sentit de la vida, creences.
8. Té una història a través de la qual han evolucionat tots aquests aspectes de la cultura.
9. Disposa d'una sèrie de subsistemes per a la pròpia supervivència i per a la transmissió de tots els aspectes anteriors.

Skilbeck (1984, p. 193-196), indica nou àrees per constituir un nucli bàsic del currículum:

1. Arts i oficis.
2. Estudis sobre el medi ambient.
3. Destreses i raonament matemàtic amb aplicacions a d'altres àrees.
4. Estudis socials, cívics i culturals.
5. Educació per a la salut.
6. Maneres de coneixement científic i tecnològic.
7. Comunicació.
8. Raonament moral.
9. Món del treball, de l'oci i estils de vida.

També les lleis d'educació actuals i d'un futur immediat recullen aquest caràcter globalitzador que ha de tenir el currículum bàsic.

Així, per exemple, la Llei orgànica reguladora del dret a l'educació (LODE), del 1985 estableix els objectius següents per a l'ensenyament no universitari:

a) El desenvolupament ple de la personalitat de l'alumne.

b) La formació en el respecte dels drets i les llibertats fonamentals i en l'exercici de la tolerància i de la llibertat dins dels principis democràtics de convivència.

c) L'adquisició d'hàbits intel·lectuals i tècniques de treball, així com els coneixements científics, tècnics, humanístics, històrics i estètics.

d) La capacitació per a l'exercici d'activitats professionals.

e) La preparació per participar activament en la vida social i cultural.

f) La formació per a la pau, la cooperació i la solidaritat entre els pobles.

La Llei general d'educació del 1970 declara tres grans fins de l'educació al títol preliminar:

1. La formación humana integral, el desarrollo armónico de la personalidad y la preparación para el ejercicio responsable de la libertad, inspirados en el concepto cristiano de la vida y en la tradición y cultura patrias; la integración y promoción social y el fenómeno del espíritu de convivencia; todo ello de conformidad con lo establecido en los principios del movimiento nacional y demás leyes fundamentales del reino.
2. La adquisición de hábitos de estudio y trabajo y la capacitación para el ejercicio de actividades profesionales que permitan impulsar y acrecentar el desarrollo social, cultural, científico y económico del país.
3. La incorporación de las peculiaridades regionales, que enriquecen la unidad y el patrimonio cultural de España, así como el fomento del espíritu de comprensión y de cooperación internacional.

Les matemàtiques, dins d'aquests objectius de l'ensenyament, ocupen un lloc rellevant. En aquest sentit, volem transcriure el que en diu l'informe Cockcroft (1985):

> El currículum de matemàtiques de primària ha d'enriquir l'experiència estètica i lingüística dels alumnes oferint-los mitjans per explorar l'entorn i desenvolupar la seva capacitat de reflexió lògica, així com dotant-los de les destreses numèriques que els serviran posteriorment.

La utilitat de les matemàtiques dins d'un currículum d'ensenyament primari és una cosa òbvia per a tothom, encara que trobem diversitat en les utilitats que se li assignen. Per exemple, el disseny curricular d'ensenyament primari per a Catalunya assenyala els aspectes següents que aporten les matemàtiques a la formació de l'alumne:

- Les matemàtiques són un instrument per comprendre i resoldre aspectes quantitatius que la realitat proposa.
- Ajuden a estructurar la ment, perquè posen de manifest les estructures, les relacions i els aspectes comuns que hi ha en objectes i situacions aparentment diferents.
- Proporcionen oportunitats d'aprendre i de practicar el raonament, i de prendre consciència d'allò que s'ha fet intuïtivament.
- Obliguen a emprar un llenguatge cada vegada més acurat i concís i, alhora, més abstracte.
- Potencien la memorització comprensiva i la interiorització d'aprenentatges procedimentals i facturals matemàtics, no per la repetició, innecessària, sinó per la seva comprensió significativa.
- Estimulen la creativitat. Usant i combinant els aspectes coneguts se'n poden generar de nous.

Les orientacions i els programes d'educació general bàsica del 1982 per al cicle mitjà es concreten en un objectiu global escrit en aquests termes:

> Els nens han de gaudir fent matemàtica tot seguint un doble procés complementari. D'una banda, a partir de situacions reals i de tempteig experimental, cal iniciar la formulació de generalitzacions. Així mateix, complementàriament, cal desenvolupar la capacitat d'observació analítica i lògica per tal que els alumnes s'habituïn a aplicar coneixements adquirits a les situacions noves que es plantegen cada dia.

La Llei general d'educació de 1970 assenyala els objectius següents per a les matemàtiques:

- Desarrollo de la intuición espacial; distancia, proporción, perspectiva, etc.
- Adquisición del vocabulario básico para una adecuada expresión matemática.
- Logro de los mecanismos del cálculo operatorio elemental, partiendo de situaciones cuantificables.
- Adquisición de los automatismos de razonamiento lógico.
- Desarrollo de la agilidad mental de cálculo.
- Capacidad de crear estructuras formales.
- Capacidad de plantear simbólicamente situaciones problemáticas.
- Capacidad de interpretar funciones y tablas.
- Capacidad de leer y de expresar datos cuantitativos.

La Llei de 1970 concep com una de les funcions fonamentals de les matemàtiques ordenar coneixements i crear estructures formals que les resumeixin i les expressin. L'ensenyament de les matemàtiques en aquests nivells s'ha de centrar en el procés de matematització dels problemes, la creació de sistemes formals, la utilització de les lleis d'aquests sistemes per tal d'obtenir uns resultats i fer-ne la interpretació. Es justifica la introducció de les matemàtiques modernes perquè els seus procediments faciliten la creació d'estructures formals que permeten ésser utilitzades en un gran nombre de situacions diferents.

Gairín (1986) assenyala les vessants següents d'interès de les matemàtiques a l'ensenyament:

- Des del punt de vista científic, la dimensió de les matemàtiques es justifica per la dimensió cultural que té l'educació. Pensar a suprimir-les aniria en contra de la dimensió cultural, però, a més, impossibilitaria en la pràctica entendre alguns processos culturals per als quals les matemàtiques no només són fonament, sinó essència.
- Des del punt de vista sociològic, l'ús de les matemàtiques, encara que sigui a un nivell elemental, és generalitzat socialment, per la qual cosa el seu aprenentatge possibilita una millor adaptació social.
- Des del punt de vista psicològic, l'aprenentatge de les matemàtiques fomenta el desenvolupament de les nostres possibilitats mentals i, per tant, el seu ensenyament ens dignifica com a homes.
- Atenent el criteri pedagògic o didàctic, les matemàtiques tenen un valor formatiu reconegut unànimement. Particularment, tenen un valor de transferència, i el seu valor pot contribuir a augmentar la capacitat general de la persona.

F. Toranzos (1963) assenyala tres aspectes d'utilitat de les matemàtiques dins el currículum: aspecte formatiu, aspecte instrumental i aspecte pràctic.

El tipus de currículum de matemàtiques dependrà de la conceptualització i de la utilitat que se li concedeixi. De totes maneres, cal remarcar que, entre els diversos plantejaments que es fan de currículums, en cap ocasió, per estranya que sigui la proposta, l'àrea de matemàtiques no n'és exclosa.

En línies generals subscrivim les utilitats esmentades al disseny curricular. Considerem que l'ensenyament primari té un valor intrínsec, representa un període en el qual s'han d'obrir portes a una gamma àmplia d'experiències i, per tant, l'enfocament que s'ha de donar a les matemàtiques ha d'anar en aquesta línia.

Al nostre entendre, la contribució de les matemàtiques per aconseguir els objectius generals es concreta en:

- el desenvolupament de la capacitat de pensament i de reflexió lògica i
- l'adquisició d'un conjunt d'instruments per explorar la realitat, representar-la, explicar-la i predir-la per actuar en aquesta realitat i sobre aquesta realitat.

Més concretament, les matemàtiques constitueixen un instrument de la comunicació concís i sense ambigüitats, i contribueixen a la creativitat, la intuïció i la capacitat d'anàlisi i de crítica.

Trobem també que tenen una importància sociocultural, en el sentit que la societat actual demana a l'individu que tingui uns instruments bàsics propis de les matemàtiques sense els quals no pot desenvolupar-se.

Un dels aspectes importants en la confecció d'un currículum el constitueix la integració de totes les àrees que el componen. L'aspecte d'interrelació, d'interdisciplinarietat, és cabdal en l'ensenyament primari. Així, trobem les recomanacions següents recollides a l'informe Cockcroft (1985):

> Els professors de matemàtiques han de tenir en compte en tot moment les tècniques matemàtiques que es necessiten en ciències, en geografia..., i prendre les mesures corresponents. A més, han de procurar que l'estudi de la seva assignatura i el de les restants es coordinin, de manera que els alumnes que necessitin conèixer un tema matemàtic en alguna altra àrea curricular hi estiguin familiaritzats en el moment necessari. Han de mantenir una relació constant amb la resta de professors que utilitzin les matemàtiques en les seves assignatures respectives, per tal que l'enfocament o el llenguatge no sigui discordant amb el seu.

Per tal que aquesta interdisciplinarietat sigui real, cal que els professors de matemàtiques coneguin la manera com s'aplica aquesta assignatura a d'altres àrees i demanin als seus col·legues exemples d'aquestes aplicacions.

Les matemàtiques poden ser un mitjà de comunicació. La presentació d'informacions mitjançant gràfics, quadres i taules en són alguns exemples. Els professors de les altres assignatures han de tenir present la possible utilitat de les matemàtiques per a la presentació de dades d'una manera clara i econòmica, i han d'animar els alumnes perquè les utilitzin amb aquesta finalitat.

Si repassem la història de les matemàtiques en el currículum escolar, observem que les matemàtiques no es consideren en el sistema escolar espanyol una disciplina mental, sinó una sèrie d'habilitats de càlcul, lectura i d'escriptura de nombres i sistemes de representació per a la geometria. Fins fa molt poc, en el currículum escolar es posava èmfasi en les «quatre regles». El llatí tenia la tasca de control i de demarcació entre el treball manual i el treball intel·lectual.

Progressivament, les matemàtiques prenen més importància en el currículum escolar i serveixen per establir la capacitat necessària en el desenvolupament futur de determinades professions.

En termes genèrics, podem dir que s'ha produït una ampliació general del currículum de matemàtiques per donar cabuda a una millor comprensió dels nombres; al treball amb mesures, amb la forma i l'espai; als gràfics, i al desenvolupament de lògiques senzilles.

D'altra banda, cal dir que els currículums actuals de matemàtiques tenen una uniformitat sorprenent a tot el món. L'interès d'incloure-les rau en la seva utilitat per a la vida, el lloc de treball, per als alumnes com a futurs ciutadans. De totes maneres, cal tenir en compte que les possibilitats i els tipus de feines són molt poc similars, la qual cosa contrasta amb la uniformitat dels currículums de matemàtiques.

Avui s'admet, en general, que les matemàtiques són tant un producte com un procés, tant un cos organitzat de coneixements com una activitat recreativa en què participa el qui aprèn. En realitat, es pot afirmar que el propòsit autèntic de l'aprenentatge de regles, tècniques i contingut és, generalment, permetre al qui aprèn d'operar en matemàtiques i resoldre problemes. D'aquesta manera, la resolució de problemes és l'essència veritable de les matemàtiques. Segons Gagné (1970, 1977), la resolució de problemes és la forma més elevada de l'aprenentatge.

1.2. Els problemes i les matemàtiques

Hem vist que les matemàtiques són importants dins del currículum d'ensenyament bàsic. Ara cal dir que la resolució de problemes és un aspecte essencial dins d'aquesta disciplina.

A continuació indiquem el que per nosaltres representa la resolució de problemes en aquests nivells. Els problemes dins de l'àrea de matemàtiques constitueixen:

- Un contingut prioritari, ja que:
  - — són un mitjà d'aprenentatge i reforç dels continguts,
  - — donen sentit aplicatiu a l'àrea i
  - — permeten la interrelació entre els diversos blocs i les àrees restants.
- Un dels principals objectius de les matemàtiques, atès que els conceptes, les teories, etc., s'expliquen per poder arribar a resoldre problemes.
- Un assaig i un aprenentatge per saber resoldre problemes reals en un futur; són un instrument metodològic.

Diversos experts i estudiosos del tema ens indiquen que la resolució de problemes ha de ser centre de l'ensenyament de les matemàtiques. Així ho veiem en diversos congressos, com La Evaluación del Currículum, als EUA el 1978; La Enseñanza de las Matemáticas a Debate, o a les conclusions de l'informe Cockcroft (1985).

La resolució de problemes és consubstancial a les matemàtiques. En el marc d'un ensenyament primari, les matemàtiques són útils en la mesura que es poden aplicar a una situació concreta. L'aplicació a les diverses situacions possibles és el que s'anomena *resolució de problemes.* En tot cas, abans de resoldre aquests problemes cal traduir-los als termes matemàtics apropiats. Aquest pas, primer i essencial, planteja grans dificultats a nombrosos alumnes.

Un dels objectius generals de l'ensenyament primari és utilitzar, en un context de resolució de problemes senzills, els procediments adequats per obtenir la informació pertinent, seleccionar-la, organitzar-la, representar-la i prendre decisions, així com portar-les a terme anticipant i planificant les condicions materials i temporals necessàries per realitzar-les.

1.2.1. *La resolució de problemes i les orientacions dels cicles inicial i mitjà de 1980*

En fer un estudi de les orientacions i els programes als cicles inicial i mitjà, trobem la presència d'objectius que fan referència a la capacitat de resoldre problemes.

Cicle inicial

A l'apartat de lògica, quan es fa referència a l'activitat de distribuir correctament els elements de dos conjunts no disjunts en diagrames de Venn, s'indica l'objectiu següent: la utilització correcta d'aquests mitjans de representació afavoreix la capacitat d'organitzar les dades d'un problema tenint-ne presents tots els aspectes possibles.

A l'apartat de càlcul trobem l'objectiu següent: introduir models de situacions que es resolen amb multiplicacions i divisions per tal que, quan aquestes operacions s'introdueixin com a algoritmes, tinguin un sentit i una utilitat en la solució de problemes.

En el bloc de mesura, l'objectiu és el següent: en utilitzar una unitat universal, els problemes de mesura adquireixen una relació més estreta amb el que es fa.

Cicle mitjà

A l'apartat de lògica, els conjunts i les relacions ens marquen l'objectiu: representació i resolució de problemes pràctics aplicant el llenguatge matemàtic i la teoria de conjunts.

Al bloc de nombres i operacions trobem dos objectius que ens parlen de problemes:

1. Fer problemes on intervinguin dues operacions o més en la resolució.
2. Plantejar i resoldre problemes on les dades s'expressin en forma decimal.

A l'apartat de geometria, trobem l'objectiu núm. 12: plantejar i resoldre problemes on intervingui el càlcul de l'àrea de superfícies senzilles.

A l'apartat de mesura, trobem l'objectiu 7: plantejar i resoldre problemes on intervinguin mesures fetes en diverses unitats.

En tots els casos, els objectius assenyalats fan referència als conceptes apresos en cada bloc i representen sempre un intent de lligar la realitat amb el que es fa a les classes de matemàtiques. Normalment apareixen aquests objectius cap al final de cada bloc i com una qüestió terminal, mai com el punt de partida per introduir un concepte.

A les orientacions didàctiques del cicle mitjà trobem escrit:

> L'alumne ha de ser capaç d'aplicar els coneixements, l'experiència i les habilitats adquirides a noves situacions. S'ha d'intentar resoldre problemes nous.

I més endavant:

> L'objectiu final de tota educació matemàtica consisteix a capacitar els alumnes per resoldre tant els problemes senzills com els complexos. L'aprenentatge de la resolució de problemes comporta una metodologia que va des de la motivació dels alumnes per resoldre'ls fins a trobar camins perquè ho facin ells mateixos.

Pel que es desprèn de les orientacions, cal incloure la resolució de problemes a les programacions d'EGB.

1.2.2. *La resolució de problemes i el disseny curricular de l'ensenyament primari de 1990*

Ens referirem al primer nivell de concreció del disseny curricular per a l'etapa d'ensenyament primari.

Aquest primer nivell de concreció contempla la inclusió de les matemàtiques. Dins de cadascuna de les àrees s'inclouen els objectius generals de l'àrea, els blocs de continguts i els objectius terminals.

Contemplarem aquí els blocs de continguts conceptuals, de fets, de procediments i actitudinals que fan referència als problemes.

En línies generals, el disseny curricular en l'àmbit de matemàtiques diu que el procés de construcció del coneixement matemàtic ha d'utilitzar com a punt de partida la mateixa experiència pràctica dels alumnes.

La resolució de problemes en els programes de Reforma és reforçada pel fet que la Reforma vol impulsar tot allò que són procediments i actituds. El paper dels procediments en la resolució de problemes és clar: resoldre problemes és, *per se*, un procediment.

Per altra banda, als programes de Reforma es fa èmfasi en tot allò que siguin actituds i valors. També es fa referència a les actituds i els valors en la resolució de problemes. Concretament, es parla de tenacitat i perseverança en la recerca de solucions per als problemes numèrics, disposició favorable a la revisió sistemàtica del resultat de qualsevol problema, interès i respecte per les estratègies i solucions dels problemes numèrics diferents dels propis i sensibilitat i gust per la presentació ordenada i clara del procés seguit i dels resultats obtinguts en els problemes.

En aquest sentit, Orton (1990) afirma:

> La utilització de la resolució de problemes com un component deliberadament concebut d'un currículum de matemàtiques implica un canvi radical de l'enfocament docent basat en l'estil més tradicional de l'exposició i la pràctica de destreses.

Un altre punt important que potencia la Reforma el constitueix la reflexió que l'alumne ha de fer sobre el procés d'aprenentatge. En el cas de la resolució de problemes, les estratègies que ha utilitzat per resoldre el problema han d'ésser motiu de reflexió.

Pel que fa a les orientacions didàctiques específiques i d'evaluació, la resolució de problemes hi ocupa un lloc rellevant.

1.2.3. *Funcions dels problemes en l'ensenyament de les matemàtiques*

Les funcions dels problemes en l'ensenyament de les matemàtiques es caracteritzen pels objectius que es planteja aquesta assignatura en els diferents graus, així com per les peculiaritats dels problemes relatives a la seva estructura objectiva i a la manera com els solucionen.

En general, és habitual diferenciar tres tipus de funcions:

- *Funció d'ensenyament.* Els problemes serveixen de mitjà per a l'adquisició, l'exercitació i la consolidació de sistemes de coneixements matemàtics i per a la formació de les habilitats i els hàbits corresponents. L'adquisició de coneixements i el desenvolupament de les habilitats i els hàbits matemàtics és un dels objectius principals de l'ensenyament de les matemàtiques des dels primers graus.
- *Funció educativa.* Es refereix a la influència que els problemes exerceixen sobre la formació de la personalitat de l'alumne, és a dir, sobre el desenvolupament de la seva concepció científica del món i d'una posició activa i crítica respecte als fenòmens i als fets naturals i socials.
- *Funció de desenvolupament.* Aquesta funció té a veure amb la influència que exerceix sobre el desenvolupament intel·lectual de l'alumne i, específicament, sobre la formació del desenrotllament.

Per altra banda, cal considerar que les matemàtiques a aquests nivells adquireixen el màxim sentit quan serveixen per resoldre situacions reals a través dels problemes matemàtics.

2. PLANTEJAMENT DE LA INVESTIGACIÓ

2.1. JUSTIFICACIÓ I INTERÈS DE LA RECERCA

L'interès per investigar en el camp de l'aprenentatge de les matemàtiques i, més concretament, en el de la resolució de problemes, sorgeix en part de la pròpia pràctica docent de la matèria.

Sovint ens hem trobat amb fracassos aparentment insòlits en la resolució de problemes. Dic «insòlits» perquè passava que aquell alumne que seguia bé les explicacions i feia bé les operacions, a l'hora de resoldre un problema tenia dificultats o no el sabia resoldre. Molts companys de professió ens hem preguntat moltes vegades la raó o les raons per les quals això succeeix. És habitual sentir en les converses de mestres: «els alumnes d'avui no volen pensar» o bé «els alumnes d'ara són ganduls i quan se'ls presenta una situació una mica diferent a l'anterior ja es veuen perduts», etc.

Per altra banda, només comprovem que un concepte ha estat ben assolit si hom és capaç d'apli-

car-lo a diverses situacions (problemes). És llavors que ens qüestionem si realment aquell alumne té ben assolit el concepte de multiplicació, resta, etc.

Moltes vegades comprovem que una de les raons per les quals els nostres alumnes no han sabut resoldre els problemes és la manca de comprensió de la situació plantejada. Aquesta manca de comprensió a voltes és simplement manca de comprensió lectora, i d'altres, manca de representació mental d'aquella situació plantejada.

Voldríem resoldre tots aquests interrogants en aquest treball d'investigació sobre la resolució de problemes. Un altre motiu que ens ha conduït a plantejar aquest projecte és la preocupació pel fracàs escolar en matemàtiques.

L'interès per realitzar aquesta investigació prové, fonamentalment, de la pròpia pràctica docent del tema i de la constatació real que manca informació sobre el procés de resolució de problemes.

Per altra banda, es constata un rendiment baix en les tasques de resolució de problemes envers altres tasques de la mateixa àrea, com càlcul i mesura.

Considerem important aquesta investigació per diverses raons. Entre les més importants destaquem les següents:

a) Incidència que té l'habilitat de resoldre problemes matemàtics en l'habilitat de resoldre problemes de la vida real.

b) La resolució de problemes constitueix una part molt important en la didàctica de les matemàtiques; per tant, aportaríem quelcom a la ciència.

c) Contribuïm així a poder orientar una mica més els professionals de l'ensenyament en relació amb la seva tasca, gens fàcil d'ensenyar.

2.2 Problema que es planteja

De les tres raons que assenyala Hayman per posar-se a investigar en un sector, diríem que és la segona la que ens ha motivat més. Hi ha poca informació sobre el procés d'aprenentatge de resolució de problemes i sobre quines són les causes de la dificultat per resoldre problemes entre els ensenyants.

Per altra banda, constatem que el nivell general en l'aprenentatge de les matemàtiques és baix; caldria esperar un major rendiment de la matèria. Però si aprofundim més, encara és més baix el nivell d'èxit de la resolució de problemes dins de l'àrea de matemàtiques (vegeu Bordas, 1986).

Si bé l'adquisició de conceptes, l'aprenentatge de mecanismes operatius, és relativament difícil d'aconseguir pels alumnes, l'últim estadi, el d'aplicar aquesta adquisició a una situació concreta (un problema matemàtic), ho és encara més. És en aquest moment que han de posar en joc tot allò que han après i ho han de saber utilitzar d'una manera adequada. La dificultat principal és en aquest procés d'aplicació de conceptes i d'operacions per resoldre aquella situació problemàtica plantejada.

Caldria, doncs, investigar, reflexionar sobre aquests mecanismes, que, en molts casos, dificulten la bona resolució del problema. Caldria analitzar les dificultats que té el nen en aquest moment, un cop adquirits els conceptes i els mecanismes de càlcul.

L'estudi de les dificultats de l'alumne per adquirir conceptes matemàtics o els mecanismes de càlcul és tot un camp molt ampli que no serà l'objectiu d'aquesta recerca.

2.3. Justificació metodològica

Seguint amb la classificació d'investigacions de Hayman, no només pretenem explicar el que passa, sinó que ens plantegem unes hipòtesis possibles respecte a les prioritats de dificultats de resolució per poder explicar el que passa.

L'estudi de les dificultats en la resolució de problemes es pot abordar de moltes maneres diferents. En aquest cas, ens ha preocupat especialment investigar el tipus de dificultats més freqüents en el marc escolar de Catalunya.

Un dels objectius de la investigació és cercar un ordre de prioritat entre aquestes dificultats, és a dir, volem saber quina de les tres dificultats és la més freqüent i quina és la menys freqüent, i el grau d'aquesta freqüència.

Aquesta investigació pretén la generalització en el sentit de constatar un fet com a vàlid per a tota la població, a fi d'estudiar primer les dificultats que afecten un major nombre d'estudiants abans que aquelles dificultats puntuals d'algun alumne, d'algun centre o d'algun context concret.

Potser es pot rebatre aquesta qüestió dient que allò que pretén servir a una població majoritària no serveix a ningú comparant-lo amb el professor que ensenya per a un nivell mitjà de la classe. Aquesta argumentació creiem que no té sentit aquí, perquè no es pretén donar una recepta general, sinó constatar que existeix un problema generalitzat que cal abordar.

Un altre punt que se sol criticar d'aquest paradigma és que l'investigador confecciona una hipòtesi esbiaixada, segons la seva ideologia o la manera de veure el problema, i això resta validesa a la investigació. Considero que és força interessant aquesta crítica, en el sentit que qualsevol tema que es planteja un investigador (si no està condicionat per un sou o una dependència a una entitat) és condicionada per la seva cosmovisió. Aquesta qüestió és irresoluble, però crec que aquí l'important és la coherència interna del procés investigador.

Les variables contextuals només es tenen en compte en la mesura que poden dificultar la validesa de la mostra o la fiabilitat de la investigació. La desconsideració de les variables contextuales és un altre dels pilars de controvèrsia amb el paradigma qualitatiu. Per l'objectiu que es persegueix en aquesta investigació, crec que tenen una importància relativa, perquè l'accent no es posa en el com ni en el perquè, sinó en el quant.

Creiem que el principi general més important a l'hora d'investigar és l'honradesa investigadora. Per altra banda, hi ha molts àmbits que necessiten aclarir-se, alguns dels quals es podran aclarir o millorar si s'investiguen des d'un paradigma qualitatiu, i d'altres necessiten un enfocament quantitatiu. El meu plantejament concret demana una investigació racionalista, tot i que considero molt vàlid el paradigma qualitatiu i no desestimo utilitzar-lo en algun punt concret d'aquesta investigació.

2.4. Objectius de la investigació

Aquesta investigació pretén, a grans trets, comprovar les hipòtesis que es descriuen. Paral·lelament a les hipòtesis, enumerem uns quants objectius que, sense ser hipòtesis, són fites d'aquesta investigació. Són els següents:

- Copsar les dificultats de la resolució de problemes aritmètics a l'ensenyament primari.
- Descobrir la influència de l'èxit o del fracàs en la resolució de problemes de cada factor o grups de factors definidors d'un problema.
- Obtenir la freqüència de cada categoria de correcció dels problemes per cursos.
- Obtenir la freqüència de cada variable de classificació per cursos.
- Ordenar les bateries de problemes segons les conclusions que s'extreuen de l'anàlisi dels resultats dels problemes.
- Oferir una proposta orientadora per a l'ensenyança i l'aprenentatge de la resolució de problemes.

2.5. Parts de la investigació

Un cop plantejada la investigació i el problema que cal estudiar, hem procedit a realitzar els passos següents:

a) Elaboració del disseny d'investigació.
b) Recollida d'informació. Elecció de procediments de mesura i de tècniques.
c) Anàlisi de la informació.

2.5.1. *Elaboració del disseny d'investigació*

El disseny té com a finalitats (J. Mateo, 1989, curs de doctorat) donar resposta a dues qüestions fonamentals:

1) en quina mesura els resultats obtinguts són atribuïbles al subjecte, la institució o el programa d'intervenció i, per tant, avaluables en referència a ells, i
2) quina és la rellevància per a d'altres situacions diferents pel que fa a la localització espacial i temporal, però semblants contextualment a l'avaluació (grau de generalització).

Seguint amb Mateo, el disseny d'aquesta investigació es podria qualificar de descriptiu i correlacional, encara que caldria matisar-lo.

Pròpiament, aquest disseny comporta un tipus d'estratègies en què l'investigador observarà el que succeeix normalment en el context específic d'avaluar, sense intervenir; només agafarà la màxima informació possible fent ús de les tècniques i els instruments més adients, analitzarà les dades recollides i les mostrarà descrivint-les amb el màxim detall i establint les relacions que hi hagi.

El matís el fem entorn la paraula *intervenir*, perquè es faciliten unes proves als alumnes, l'objectiu de les quals és obtenir informació, però sens dubte, suposen una intervenció.

2.5.2. *Recollida d'informació. Elecció dels procediments i les tècniques de mesura*

A l'hora de decidir quina informació havíem de recollir, ens hem plantejat les preguntes següents:

- Quin tipus d'informació es necessita?
- Quina finalitat té la informació i quin ús s'en farà?
- Quins recursos tenim per efectuar l'avaluació?

Doncs bé, seguint Mateo (*Apunts de pedagogia experimental*) la recollida d'informació ha de ser:

- útil,
- possible de realitzar,
- ha de respectar els drets i els deures dels implicats,
- exacta,
- vàlida i
- fiable.

Per aquest motiu:

- s'han elaborat unes proves de problemes que permeten estudiar variables de dificultat de resolució dels problemes;
- s'ha considerat que passar aquestes proves suposava pels centres i, en particular, per cada aula, emprendre una sessió de classe per resoldre'ls, la qual cosa no distorsionava la classe, i
- cap alumne ni professor ni centre es podia sentir ferit ni mancat de respecte per aquestes proves. Per altra banda, era optatiu i lliure fer les proves a cada institució.

Sobre els aspectes d'exactitud, de validesa i fiabilitat, remetem als capítols de la tesi que permeten copsar-ne l'exactitud.

2.5.3. *Anàlisi de la informació*

Per analitzar la informació recollida caldrà fer servir mètodes d'anàlisi que en el nostre cas són eminentment estadístics (vegeu l'apartat sobre els paquets estadístics utilitzats).

L'anàlisi de la informació no és només una interpretació dels resultats; va més enllà, té un vessant de prospectiva i, alhora, és metaavaluativa.

Les conclusions que s'extreuen de la recerca tenen un matís d'aplicació en el futur, perquè cal tenir-les presents a l'hora de prendre decisions futures de millora.

Per altra banda és metaavaluativa perquè en l'anàlisi i en la discussió i reflexió sobre les conclusions és quan ens preguntem pel possible error tècnic, d'enfocament o estratègia (es pot descobrir el mateix en una mostra petita).

L'esquema general que presentem a continuació pretén sintetitzar les parts d'aquesta tesi.

2.6. Disseny de la investigació

Si entenem per disseny experimental el pla, l'estructura o l'estratègia que s'adopta per a l'estudi precís d'un fenomen pedagògic, cal que resolguem una sèrie de qüestions, com:

a) identificació dels factors que intervenen en l'experimentació;
b) selecció dels tipus de mesures que s'utilitzen per al registre d'informacions;
c) disposició correcta de les dades per a l'anàlisi, i també aplicació adequada de les proves corresponents de significació estadística, i
d) possibilitat d'estendre els resultats a un univers o una població determinats.

2.6.1. *Variables*

En aquesta investigació distingirem tres tipus de variables:

a) variables independents,
b) variables dependents i
c) variables intervinents.

Les *variables independents* d'aquesta investigació les agruparem de la manera següent:

a) Variables independents referents a la mostra seleccionada. La mostra seleccionada s'ha fet tenint en compte la distribució en la població total de les variables següents:

TIPCEN	tipologia de centre (públic o privat)
NUMCEN	nombre del centre d'experimentació
CONFESS	confessionalitat del centre
LLENGUA	llengua d'aprenentatge de l'escola
RATIO	*ratio* de les aules (mitjana d'alumnes per classe)
DEPART	departament de matemàtiques
CURS	curs en què es passen les proves
POBLAC	població on és ubicada l'escola
MIDA	mida del centre

b) Variables independents referents a les característiques de les proves. Les proves d'aquesta investigació contenen una sèrie de problemes categoritzats segons unes variables, que són:

ENUN	tipologia de l'enunciat
FORMA	format de resolució
MENT	aspectes mentals del procés de resolució
MEC	habilitats mecàniques
PARAU	nombre de paraules del problema

Les *variables dependents* són aquelles que resulten influenciades per la naturalesa de les variables independents; són els resultats que obtenen els alumnes en les proves de problemes. S'han elaborat uns criteris de correcció que representen les variables dependents:

PROB1	mitjana d'errors en triar les operacions per a cada problema
PROB2	mitjana d'errors en la comprensió de l'enunciat per a cada problema
PROB3	mitjana d'errors en la manera de donar la resposta per a cada problema
PROB4	mitjana d'errors en els càlculs per a cada problema
PROB5	mitjana d'errors per no fer res del problema per a cada problema
PROB6	mitjana d'errors per fer parcialment el problema per a cada problema
PROB7	mitjana de la categoria *fer totalment bé el problema* per a cada problema.

Els valors d'aquestes variables és un nombre real entre 0 i 1.

PROBG1	nombre de problemes en què un alumne ha fet l'error de triar les operacions
PROBG2	nombre de problemes en què un alumne ha fet l'error de comprensió de l'enunciat
PROBG3	
PROBG7	nombre de problemes en què un alumne ho ha fet tot bé. Els valors d'aquestes variables és un nombre natural entre 0 i 7
PROBV1	variable dicotòmica (0/1) que assenyala l'error tipus *triar les operacions* en el problema u (1)
PROBV2	variable dicotòmica (0/1) que assenyala l'error tipus *no-comprensió* del problema u (1)
PROBV7	variable dicotòmica (0/1) que assenyala la categoria de correcció *tot el problema bé* en el problema u (1)
PROBD1	variable dicotòmica (0/1) que assenyala l'error tipus *triar les operacions* en el problema D (2)
PROBD2	
PROBD7	
PROBT1	
PROBST7	

Les *variables intervinents* són totes aquelles variables que, tot i ser-hi presents, no han pogut ser estudiades i no se'n coneix amb precisió l'efecte. N'hi ha de diversos tipus:

- *De tipus curricular*: metodologia que han seguit els professors en l'ensenyament i l'aprenentatge de la resolució de problemes.
- *D'horari*: els resultats poden variar segons l'hora del dia en què s'han plantejat els problemes, així com si s'han resolt tot seguit o en dues sessions.
- *De tipus coercitiu per part del mestre*: contarà en la nota de matemàtiques.
- Si s'ha seguit el programa oficial amb més o menys rigor (en el cas de 4t, veurem que és un aspecte que cal tenir en compte).
- Altres variables.

2.6.2. *Població i mostra*

Alumnes de 1r d'EGB fins a 5è d'EGB de Catalunya. La mostra d'alumnes la constitueixen 3.284 alumnes distribuïts entre els primers cursos d'EGB i dins del territori de Catalunya.

2.6.3. *Instrumentalització*

Bateria de proves de problemes confeccionats per l'autora per a cada curs.

2.6.4. *Proves estadístiques*

Les proves estadístiques que s'han emprat s'inclouen dins del paquet SPSSX i s'han detallat a bastament a l'apartat on es parla dels procediments estadístics utilitzats.

2.7. ÀMBITS D'APLICACIÓ DE LES PROVES

Hem volgut representar en un sol gràfic els àmbits que abasta la recerca, així com la seva amplitud.

La investigació pretén obtenir els resultats i les conclusions a partir de les dades que sorgiran dels resultats de la correcció segons unes categories establertes (PROB1, PROB2, PROB3, PROB4, PROB5 i PROB6) per a cada un dels 7 problemes que realitzarà cada alumne de cada curs. A cada curs s'ofereixen tres opcions (A, B, C). Per tant, per cada curs tenim 21 problemes diferents. Això correspon a un paral·lepípede, que és la cinquena part del cub. A cada curs li corresponen, doncs, 21 problemes agrupats de set en set.

Per altra banda, cada problema (paral·lepípede assenyalat amb ratlles) correspon a un problema del qual obtindrem 7 dades (categories de correcció) i un nombre d'ordenació dins del curs segons la mitjana obtinguda. Per altra banda, cada problema està caracteritzat per unes coordenades, segons la forma de l'enunciat, el format de resolució, aspectes mentals i habilitats mecàniques.

3. ELABORACIÓ DE LES PROVES

L'estudi que hem dut a terme implica l'elaboració d'unes proves.

Els passos que s'han seguit per confeccionar les proves d'acord amb la metodologia fixada per a la recerca són els següents:

a) Estudi dels problemes dels llibres de text de les edats corresponents, per fer:
   — observacions genèriques sobre aquests problemes i
   — extracció de criteris per a la categorització de problemes.
b) Confecció d'una plantilla de classificació de problemes.
c) Delimitació d'unes dificultats en ordre creixent de cada categoria de la classificació.
d) Construcció de proves de problemes de cada nivell.
e) Redacció definitiva de les col·leccions de problemes.

3.1. Estudi dels problemes que contenen els llibres de text des de 1r fins a 5è d'EGB

Per tal d'obtenir una informació àmplia sobre els problemes dels llibres de text, s'han seguit els passos següents:

1r. Recollir l'opinió dels mestres sobre l'adequació didàctica dels problemes dels llibres de text i la importància que donen als problemes.
2n. Fer un estudi més directe i personal sobre els problemes dels llibres de text.

3.1.1. *Opinió dels mestres que ensenyen matemàtiques*

Es va confeccionar una fitxa d'avaluació didàctica dels problemes (annex 6) i es va passar a diversos mestres perquè l'utilitzessin. Es pretenia que s'avalués, per una banda, la validesa de la fitxa i, per altra banda, que s'utilitzés avaluant problemes que proposen els llibres de text. Una mostra abundant de mestres van avaluar la fitxa i els problemes des de 1r a 5è dels cicles inicial i mitjà de diverses editorials d'ús més comú a les escoles.
Els resultats van ser els següents:

- Els problemes són millors, en conjunt, en els cicles baixos, i a mesura que van pujant descuiden aspectes avaluats a la fitxa, com l'existència de format de resolució, il·lustracions aclaridores...
- Per norma general, els llibres de text no indiquen el nivell de dificultat del problema.
- Els llibres de text no contenen les solucions, i això no és valorat com un element important per part dels mestres.

En referència als ítems presentats sobre què cal tenir present en un problema, els ordenen de la manera següent, de més important a menys important:

- claredat de les preguntes
- claredat en l'enunciat
- plantejament de temes adequat a qualsevol àmbit
- plantejament de temes adequat a l'edat
- impressió adequada a l'edat
- grau d'importància del procés de resolució
- nombre de problemes adequat a la importància del tema
- existència de problemes que incloguin temes anteriors o interdisciplinaris
- necessitat d'interpretar la resposta numèrica
- nombre adequat d'il·lustracions
- problemes que tinguin solució única
- il·lustracions aclaridores

- resultat exacte
- format de resolució
- necessitat d'utilitzar totes les dades del problema
- indicació del nivell de dificultat
- extensió de l'enunciat
- dades numèriques destacades
- problemes de consolidació al final del llibre o d'un grup de temes
- l'alumne pot mirar la solució en algun lloc

També obtenim una informació de com veuen els problemes en els seus llibres de text, que, com ja hem vist en aquesta investigació, és el sistema predominant de treball a les aules. Només en alguns centres no es treballa amb llibres de text en els cursos inicials de 1r i 2n.

3.1.2. *Estudi directe i personal sobre els problemes dels llibres de text*

També es van seleccionar unes quantes de les editorials que tenien més acceptació a les escoles i es van fotocopiar tots els problemes proposats. En un principi s'analitzà l'enunciat de cada un, per veure si en tenia o no i com era el format de resolució i les operacions que implicava.

A mesura que s'anava aprofundint en el tema, i d'acord també amb lectures diverses, es van anar confegint altres característiques.

Observacions genèriques sobres aquests problemes

- Hi ha una tendència al disseny de problemes estàndards, amb un enunciat que respon al tipus explicació i pregunta.
- No hi ha problemes que englobin diverses temes.
- Moltes il·lustracions i molts dibuixos que acompanyen els problemes són decoratius, però no són una ajuda per al nen.

Com diu Botsmanova (1987), els dibuixos il·lustratius no ajuden a trobar la manera de resoldre el problema:

- No hi ha una indicació del nivell de dificultat de cada problema, la qual cosa no permet discriminar els que han de resoldre els nens segons el seu moment d'aprenentatge.
- Les operacions que requereixen els problemes només són les que tracta el tema estudiat.
- Els problemes proposats en els llibres de text fan creure als nens que els problemes són exercicis on han d'aplicar una operació que s'ha estudiat prèviament.
- El resultat dóna exacte i es posa més èmfasi en l'operació a realitzar que no que l'enunciat tingui un sentit, un interès, etc.

Extracció de criteris per a la categorització de problemes

A partir de tota aquesta informació, es van arribar a sistematitzar els diversos aspectes o criteris:

- Maneres de presentar l'enunciat.
- Aspectes mentals que necessita l'alumne per resoldre'l.

- Aspectes formals que varien segons els llibres de text (format de resolució, etc.).
- Operacions que cal fer.
- Nombre de dígits que cal emprar.
- Conjunt de nombres amb què es mouen (N, Z, Q, R).

3.2. Confecció de la plantilla de la classificació de problemes

Quan parlem de classificació, no estem dient gairebé res si a continuació no definim el criteri. Com observarem en la bibliografia ressenyada, hi ha classificacions de dificultats, classificacions d'errors, d'altres parlen de parts del problema o de tipologies de problemes (vegeu la primera part).

3.2.1. *Objectius*

Es pretén obtenir una classificació de problemes que segueixi els objectius següents:

- Que permeti classificar qualsevol problema (que no hi hagi cap problema que no sigui susceptible de ser classificat).
- Que, a partir dels resultats obtinguts en la investigació, es pugui estudiar, classificar, investigar i relacionar qualsevol altre problema nou.
- Que reculli el màxim d'aspectes possibles susceptibles de ser observats en una recerca com aquesta.

D'aquesta manera, la plantilla de classificació de problemes que es proposa consta dels apartats següents (vegeu la plantilla de classificació següent):

- forma de l'enunciat,
- format de resolució,
- aspectes mentals i
- habilitats mecàniques.

Aquests grups de variables a què faig referència en aquesta classificació volen ser un ventall complet de totes les dificultats i els obstacles que es troba l'alumne en la tasca de resoldre problemes. S'ha intentat seguir el mateix ordre que es troba en el procés de resolució.

De totes maneres, cal assenyalar que les característiques de cada problema referides a un nivell i a un curs són sempre quelcom d'arbitrari. No podem parlar de nivell estàndard de 1r o 4t, perquè a cada nivell trobarem alumnes amb moments d'aprenentatge diferents. En tot cas, podríem parlar de seqüenciació de dificultats o de moments maduratius respecte a la resolució de problemes.

En aquest sentit, Elshout (1985) parla de *llindar de problematicitat*, que és diferent per a cada persona i per damunt del qual es pot dir que una situació constitueix un problema veritable per a les persones en qüestió.

La classificació que es presenta inclou els quatre grups de variables següents:

1. *Atenent la forma de l'enunciat (coordenades 1-5).* L'enunciat d'un problema aritmètic és el primer contacte que té el nen amb el problema. Aquest es pot analitzar des de molts angles. Ens podem fixar en el vocabulari emprat, en com es presenten les dades (en nombres o en paraules), en el tipus de lletra..., però en aquesta investigació s'ha trobat més rellevant fixar-se en l'estructuració del plantejament de la situació i la pregunta o les preguntes que es formulen. D'aquesta manera distingirem:

a) Presentació i pregunta. És el problema que narra en primer lloc una situació i al final fa la pregunta. Exemple:

> En Joan té dos bolígrafs i en David n'hi dóna tres.
> Quants bolígrafs té ara en Joan?

b) Pregunta i explicació alhora. És el problema en què es comença per una pregunta que engloba l'explicació. Exemple:

> Quants colors té en Quim si la seva mare n'hi dóna 10 i el seu germà 6?

c) Pregunta indirecta. És el problema en què no es formula la pregunta d'una manera directa. Exemple:

> Al pati de l'escola hi ha 12 pneumàtics per jugar. La mestra vol saber quants n'ha de treure perquè tots els 18 nens en tinguin.

d) Explicació i diverses preguntes. És el problema on després d'una situació plantejada se'ns demanen diverses coses. Exemple:

> En Felip té 2 pilotes de jugar tennis i en Marcel en té 8. Quantes pilotes tenen entre tots dos?
> Quantes pilotes més té en Marcel?

e) Preguntes internes no explícites. És el problema en què, a més de les preguntes explícites, cal saber altres coses que no ens diu directament l'enunciat. Exemple:

> En Joan ha recorregut en bicicleta 6.500 metres des de Sant Feliu a Molins de Rei sense parar. El seu oncle li ha promès que li donaria 10 duros per cada hm. Quantes pessetes li ha donat el seu oncle?

2. *Atenent el format de resolució (coordenades 6-8).* El segon punt de contacte que té el nen amb el problema és el format de resolució. També aquest pot ser molt divers, però tenint en compte l'anàlisi feta d'una quantitat important de problemes creiem que es poden agrupar en tres tipologies:

a) Inici de resolució. És el problema en què d'una manera o d'una altra està mig resolt. Exemple: Quantes pessetes valen 5 llapis de 0 pessetes cadascun?

1 llapis	10 pessetes
2 llapis	10 + 10 = 20 pessetes
3 llapis	10 + 10 + 10 =

b) Format general. És el problema en què, després de l'enunciat, en l'espai de resolució hi ha una sèrie d'apartats. Exemple:

L'Oriol menja 4 panellets i la Laia en menja 6. Quants panellets mengen entre tots dos?
Dibuix
Operacions
Resposta: .....

c) No format general. És el problema on només hi ha l'enunciat. Exemple: L'Oriol menja 4 panellets i la Laia en menja 6. Quants panellets mengen entre tots dos?

3. *Atenent els aspectes mentals (coordinades 9-15).* Un cop el nen ha llegit l'enunciat i l'ha comprès des del punt de vista del llenguatge, cal que posi en funcionament una estratègia per resoldre'l. I això passa per processos com reconèixer; comprendre; aplicar; analitzar dades, conceptes, fets, transformacions. En aquest sentit, la taxonomia de Bloom m'ha semblat escaient. Aquesta classificació és molt àmplia, i molts dels nostres problemes no requereixen alguns apartats, perquè no tenen tanta complexitat. Per altra banda, hi ha alguna d'aquestes categories que és present sempre en qualsevol problema:

a) Coneixement. Són els problèmes en què s'han de recordar fets o terminologies bàsiques o manipular els elements del problema segons regles que presumiblement té apreses. L'èmfasi es posa en el reconeixement i la realització d'operacions, i no en decidir quines són les operacions apropiades.

— *Fets específics:* l'alumne ha de reproduir o reconèixer el material quasi igual com s'ha presentat al curs.
— *Terminologia:* l'alumne ha de reconèixer, per exemple, un angle agut o un d'obtús.
— *Capacitat per reconèixer algorismes:* capacitat per manipular elements d'un estímul d'acord amb les regles apreses. No es demana que elegeixi l'algorisme, només que l'apliqui.

b) Comprensió. Són aquells problemes en què s'ha de relacionar el record de conceptes i generalitzacions o s'ha de fer la transformació d'elements de problemes d'una manera a una altra. Es posa èmfasi en la demostració d'una comprensió de conceptes i les relacions entre ells, i no en la utilització de conceptes per produir una solució.

— *Conceptes*: el concepte és una abstracció, requereix una adopció implícita de decisió respecte a la utilització d'un concepte. És més complex que conèixer un fet específic.
— *Coneixement de principis, regles i generalitzacions*: suposen una correspondència amb el curs. Si s'han de crear o aplicar, suposen un nivell de conducta més alt.
— *Coneixement de l'estructura matemàtica*: per exemple, propietats dels sistemes de nombres.
— *Capacitat per transformar els elements d'un problema d'una modalitat a una altra*: traduir la descripció verbal a gràfica.
— *Capacitat per seguir una línia de raonament*: llegir o escoltar un raonament matemàtic.
— *Capacitat per llegir i interpretar un problema matemàtic*: és quelcom més que l'habilitat verbal normal i de lectura.

c) Aplicació. Exigeix recordar el coneixement pertinent, seleccionar operacions adequades i fer-les.

— *Capacitat per resoldre problemes de rutina*: seleccionar i resoldre un algorisme.

— *Capacitat per realitzar comparacions*: s'espera que l'alumne recordi informació pertinent (conceptes, regles...), que descobreixi una relació i formuli una decisió.

— *Capacitat per analitzar dades*: implica la lectura i interpretació d'informació, la manipulació d'aquesta informació, i realitzar decisions i obtenir conclusions com a resultat.

— *Capacitat per reconèixer models, isomorfismes i simetries*: recordar informació pertinent, transformació d'elements del problema, manipulació d'aquests elements dins d'una seqüència i reconeixement d'una relació.

d) Anàlisi. Requereix una aplicació no rutinària de conceptes.

— *Capacitat per resoldre problemes no rutinaris*: l'alumne posa de manifest la transferència d'alguna cosa que ha après anteriorment a matemàtiques a un context nou.

— *Capacitat per descobrir relacions*: reestructurar els elements del problema d'una manera nova per formular una relació.

Cal dir que molts d'aquests subapartats dels aspectes mentals no són susceptibles d'ésser treballats en els nivells en què ens mourem. Malgrat tot, ens sembla que calia fer-ne la classificació completa, perquè pretenem que tingui una utilitat més enllà dels nivells en què ens hem mogut.

4. *Atenent les habilitats mecàniques.* La resolució del problema no ha arribat a bon terme si no es resolen correctament les operacions triades per solucionar el problema. És un punt que no es pot desatendre. Cal que el nen sàpiga sumar amb decimals, restar portant-ne o dividir fraccions, perquè sense aquestes habilitats mecàniques adquirides no obtindria la solució del problema. En aquests nivells cal considerar:

— Nombres sencers positius (Z+): suma, resta, multiplicació, divisió.
— Nombres decimals: suma, resta, multiplicació i divisió.
— Fraccions: suma, resta, multiplicació i divisió.

Dins de cada operació és important tenir en compte la diferència que existeix entre resoldre una suma de diferent nombre de dígits o del mateix nombre, o la diferència entre una resta sense portar-ne. Així:

- sumes a N
  - d'un dígit amb un dígit sense portar-ne
  - d'un dígit amb un dígit portant-ne
  - de dos dígits amb dos dígits sense portar-ne
  - de dos dígits amb dos dígits portant-ne
  - de tres dígits o més...
- restes a N
  - d'un dígit amb un dígit sense portar-ne
  - d'un dígit amb un dígit portant-ne
  - de dos dígits amb dos dígits sense portar-ne
  - de dos dígits amb dos dígits portant-ne
  - de tres dígits o més...
- producte a N
- divisió a N
- suma amb decimals
- resta amb decimals

- producte amb decimals
- divisió amb decimals
- suma de fraccions
- resta de fraccions
- producte de fraccions
- divisió de fraccions

3.3. Selecció de dificultats creixents en cada categoria de classificació

Per a cada bloc es va triar o es va pensar un ordre lògic de dificultat. Ens basàrem en l'experiència docent pròpia, en la recollida d'opinions dels professionals del camp i en la mostra de problemes analitzats dels llibres de text.

Del bloc *forma de l'enunciat* (coordenades 1-5 de la classificació de problemes), l'ordre de dificultat creixent era: enunciat i pregunta, pregunta i explicació alhora, pregunta indirecta, explicació i diverses preguntes, i explicació i diverses preguntes internes no explícites.

Del bloc *format de resolució* (coordenades 6-8 de la classificació de problemes), l'ordre suposat de dificultat creixent era: inici de resolució, format general i no format.

Del bloc *aspectes mentals* (coordenades 9-15 de la classificació de problemes), l'ordre suposat de dificultats era: coneixement de conceptes, coneixement de transformacions, aplicacions (saber resoldre un problema de rutina, capacitat per realitzar comparacions i capacitat per analitzar dades) i anàlisi (capacitat per resoldre problemes no rutinaris).

Del bloc *habilitats mecàniques* (coordenades 16-54 de la classificació de problemes), l'ordre de dificultat era:

- sumes a N
  - d'un dígit amb un dígit sense portar-ne
  - d'un dígit amb un dígit portant-ne
  - de dos dígits amb dos dígits sense portar-ne
  - de dos dígits amb dos dígits portant-ne
  - de tres dígits o més...
- restes a N
  - d'un dígit amb un dígit sense portar-ne
  - d'un dígit amb un dígit portant-ne
  - de dos dígits amb dos dígits sense portar-ne
  - de dos dígits amb dos dígits portant-ne
  - de tres dígits o més...
- producte a N
- divisió a N
- suma amb decimals
- resta amb decimals
- producte amb decimals
- divisió amb decimals
- suma de fraccions
- resta de fraccions
- producte de fraccions
- divisió de fraccions

Alguns dels aspectes considerats en la classificació no han estat recollits en els problemes, atès que no era adequat per als nivells i tampoc no eren inclosos en els proposats pels llibres de text.

3.4. Construcció de les proves de problemes de cada nivell

3.4.1. *Objectius de les proves de problemes*

Les proves són els instruments que han de permetre esbrinar quin és el tema clau de la investigació: dificultats dels nostres nens i nenes a l'hora de resoldre tot tipus de problemes aritmètics.

Però com a objectius més concrets de les col·leccions de problemes construïts assenyalem els següents:

1. Permetre copsar dificultats pròpies del nivell del curs i dificultats de nivells superiors.
2. Destriar i ordenar aquestes dificultats.
3. Distingir entre errors generalitzats (molt freqüents) i particulars (una cas aïllat).
4. Adonar-se del compliment del programa oficial.
5. Captar les diferències entre característiques dels col·lectius d'alumnes segons la població, la titularitat del centre..., des del punt de vista de la resolució de problemes.
6. Conèixer i comparar els continguts més treballats del curs.

A l'hora de redactar els problemes que han de formar les proves, hem tingut presents consideracions de caire general i de caire més didàctic, així com les orientacions i els programes de matemàtiques dels cicles inicial i mitjà vigents i el que proposa la Reforma.

3.4.2. *Consideracions generals*

Un criteri que s'ha tingut en compte és que cada problema havia de tenir cadascun dels aspectes seleccionats. Cada problema és caracteritzat per unes coordenades que el defineixen segons els criteris de classificació esmentats abans. El mateix nombre de problemes de cada opció (1A, 1B i 1C) tenen en comú un conjunt de característiques menys una, que correspon a la coordenada que volem aïllar. S'ha procurat que la col·lecció de problemes representés el conjunt global de coordenades.

Un altre aspecte que es va considerar era el de confeccionar una llista de problemes que no estigués en desacord amb els problemes que estaven acostumats a fer, per tal de no distorsionar el sentit de la investigació.

Per altra banda, s'ha tingut cura que els problemes fossin generals. Malgrat tot, l'autora creu que el vocabulari proper i les experiències viscudes són un element important en els enunciats dels problemes que oferim als nostres alumnes. En aquest cas hem hagut de sacrificar aquest detall didàctic per tal de fer una investigació els resultats de la qual fossin vàlids de manera general.

Es va procurar agafar problemes estàndard que presentaven els diversos llibres de text. Aquesta homogeneïtat és relativa, perquè s'han pres problemes escrits en llibres de text del nivell corresponent; cal dir, però, que entre un llibre de text i un altre hi ha una diferència notable.

3.4.3. *Consideracions didàctiques*

Els problemes proposats havien de tenir cabuda dins de la programació general de l'àrea de matemàtiques de qualsevol centre; per tant, es respectarien les orientacions i els programes oficials. Això, però, no vol pas dir que la dificultat de cada problema sigui d'un nivell mitjà, perquè justament un dels objectius d'aquest treball és copsar nivells i graus de dificultat, la qual cosa vol dir que s'hi han d'incloure problemes molt fàcils i problemes molt difícils.

Els enunciats dels problemes de 1r o de 2n són més breus que en els darrers cursos, ja que considerem que en aquests nivells la lectoescriptura no està assolida del tot. El nombre de paraules augmenta a mesura que avancen els cursos.

Els dossiers de problemes per a 1r i 2n d'EGB han estat escrits amb lletra manuscrita i d'una mida més gran que la resta perquè s'adaptin al nivell lector de l'alumne.

Els dibuixos, gràfics o altres ajudes no desapareixen a mesura que van superant els cursos, però sí que en disminueixen la proporció.

Tota la col·lecció de problemes és redactada en dues llengües: català i castellà, perquè la llengua constitueix una variable que podria distorsionar la nostra investigació i de la qual, per altra banda, volem copsar la influència.

S'ha procurat utilitzar un llenguatge estàndard i que pertany al vocabulari bàsic dels nivells corresponents. La relació de paraules utilitzades en els problemes de cada curs es pot trobar al final d'aquest apartat.

El fet de tenir en compte prioritàriament alguna d'aquestes consideracions ha dificultat l'obtenció de dades prou representatives d'algun aspecte de la classificació, com, per exemple: a 1r curs hem considerat que no era convenient incloure problemes del tipus *enunciat amb diverses preguntes indirectes.*

Calia tenir present també en confeccionar els problemes el grau d'importància i el tipus de tractament que es fa des de les orientacions per a la resolució de problemes.

3.4.4. *Distribució de les proves*

Així, vàrem construir 21 problemes per a cada curs, i aquests es repartiren de la manera següent: 7 a una tercera part de la classe, 7 a la segona tercera part de la classe i 7 a la resta. Es pressuposava que hi havia una distribució igual en cadascuna de les tres terceres parts. Cada quadern de problemes per a cada nen contenia 7 problemes.

S'estableix una relació entre les coordenades (característiques d'un problema segons la classificació esmentada) dels 7 problemes de l'opció A, els 7 problemes de l'opció B i els 7 problemes de l'opció C de cada curs, pensats expressament per extreure'n conclusions sobre les dificultats.

3.4.5. *Presentació de les proves*

A cada alumne se li presenta un quadern de 6 fulls; el primer el constitueix la portada, on se li demana que posi unes dades personals:

— Nom i cognoms
— Professió del pare i de la mare
— Nom del centre

Aquesta portada és il·lustrada amb un dibuix que és més infantil per a 1r i 2n, i no tant per a 3r, 4t

i 5è. També s'inclou una pregunta: «T'agrada resoldre problemes?», i una frase encoratjadora: «A veure com et va!»

Els quatre fulls següents contenen els problemes repartits de la manera següent:

1r full: 2 problemes (1 i 2)
2n full: 2 problemes (3 i 4)
3r full: 2 problemes (5 i 6)
4t full: 1 problema (7)

3.4.6. *Condicions d'aplicació*

Les proves s'han passat als primers 5 cursos d'EGB.

Cada grup o classe es divideix en tres parts a l'atzar, i es reparteixen els quaderns de problemes de les tres opcions. Cada alumne n'ha de resoldre una col·lecció. No hi ha una limitació de temps, malgrat que en cap cas no s'han de superar els 45 minuts.

En la majoria d'escoles ha estat present personalment l'autora d'aquesta investigació, excepte en algun centre, on han manifestat, per raons d'horaris o d'altres raons, que preferirien que el professor de matemàtiques mateix passés les proves de problemes.

No s'ha donat cap mena d'ajuda a l'alumne per resoldre el problema, excepte en aquell dubte derivat d'una errada d'impremta o qüestions per l'estil.

Les proves s'han passat durant el primer trimestre del curs 1989-1990, per la qual cosa les proves d'un curs s'han passat als alumnes que cursen el curs següent. Així:

alumnes de 2n d'EGB: proves de 1r d'EGB
alumnes de 3r d'EGB: proves de 2n d'EGB
alumnes de 4t d'EGB: proves de 3r d'EGB
alumnes de 5è d'EGB: proves de 4t d'EGB
alumnes de 6è d'EGB: proves de 5è d'EGB

Cal dir que les proves d'un curs contenien problemes la resolució dels quals inclou tot el contingut del curs sencer.

3.5. Redacció definitiva de les col·leccions de problemes

Els problemes resultat de totes aquestes consideracions els presentem a continuació.

Cada problema el posem amb les coordenades que representen els diversos aspectes de la classificació.

Cal tenir en compte que s'han redactat en castellà i en català a causa de la presència d'ambdues llengües a Catalunya, i respectant la llengua en la qual es feia l'aprenentatge de les matemàtiques, malgrat que aquí només els transcriurem en català per no avorrir el lector.

El primer nombre en negreta indica l'ordre general dels problemes confeccionats des de 1r a 5è, el segon nombre en negreta indica el curs, i la lletra indica l'opció dins de cada curs.

3.6. El vocabulari emprat en les proves de problemes

Encara que no és l'objectiu principal d'aquesta investigació fer un estudi semàntic dels problemes i de la influència que tenen sobre els resultats, considerem que és un element important que cal tenir

en compte tant en l'elaboració dels problemes com en l'anàlisi dels resultats. En aquesta mateixa línia de preocupació, s'han realitzat les proves en català i en castellà, ja que som perfectament sensibles a la importància dels factors lingüístics en una tasca com aquesta.

4. LA PREEXPERIMENTACIÓ

Un cop dissenyada la investigació i havent elaborat les proves de problemes que havien de constituir la font fonamental de dades de la recerca, es va procedir a la fase de preexperimentació.

En la fase de preexperimentació s'han realitzat els passos següents:

1. *Primer contacte amb el centre.* Se'ls expliquen els objectius de la investigació, se'ls demana col·laboració i se'ls informa sobre el que comporta.

2. *Recollida d'informació general del centre*

- Nombre d'alumnes per aula
- Llengua d'aprenentatge
- Dades generals del funcionament de l'àrea de matemàtiques: funcionament o no del departament de matemàtiques, utilització de llibre de text...
- Nivell sociocultural de les famílies

3. *Recollida d'informació més concreta de l'aula*

- Notes dels alumnes
- Metodologia d'aprenentatge
- Resultats en el test

4. *Sessions d'aplicació de les proves de problemes*

- Fixar un calendari de comú acord per a cada curs i aula
- Passar les proves i anotar tots aquells incidents i totes aquelles anècdotes que sorgeixen durant les sessions

Un cop hem disposat de tota la informació del centre, s'ha procedit a l'ús i al tractament d'aquesta informació: correcció dels problemes i tractament estadístics de les dades.

El pas següent ha estat verificar la validesa de les col·leccions de problemes respectives tenint en compte:

a) La correlació entre les dades obtingudes per cada alumne en la prova de problemes, les notes de curs en matemàtiques i el test d'intel·ligència a 5è.

b) Les observacions sobre els problemes per part dels alumnes i dels mestres.

c) Les observacions per part de l'investigador mateix sobre el procés viscut.

4.1. El centre de preexperimentació

El centre de preexperimentació és un centre concertat situat a Sarrià i de nivell sociocultural mitjà. En una primera visita al centre, es va parlar amb el coordinador i se li van explicar els motius

de la petició de la seva col·laboració i tot el que comportaria. Davant de la bona predisposició de tot el professorat, vàrem iniciar els passos de recollida de dades generals del centre i de les aules respectives.

Les proves de problemes es varen passar entre l'última setmana de maig i la segona setmana de juny de 1989.

4.2. Conclusions sobre la preexperimentació

Els resultats de les proves de problemes ens permeten concloure que són vàlides per realitzar l'experimentació, perquè veiem:

1. El coeficient de correlació entre les notes i els encerts en les proves de problemes és de 0,4589, amb un 5 % de confiança; per tant, s'accepta la relació positiva entre ambdues mesures.

2. El 5è curs és un curs crucial respecte als aprenentatges dels problemes matemàtics, perquè s'hi donen una sèrie de problemes on conflueixen bases apreses i estructures mentals consolidades conjuntament amb nous aprenentatges. És per aquesta realitat que l'estudi que hem portat a terme amb les proves de 5è és més profund.

Els resultats obtinguts a partir de la correlació entre les proves del test CCEP (raonament verbal, raonament numèric i raonament lògic) han tingut una correlació positiva amb les dades corresponents a les notes de curs de matemàtiques i amb el nombre d'encerts de les proves de problemes. Els resultats obtinguts en les correlacions dels coeficients d'intel·ligència i el nombre d'encerts tenen un nivell de significació del 95 % i són els següents:

Opció A: coeficient = 0,76
Opció B: coeficient = 0,32
Opció C: coeficient = 0,75
Global: coeficient = 0,62

Les dades de correlació ens indiquen que podem acceptar com a vàlides les proves en la mesura que tenen una correlació positiva amb les dades del test i les notes de matemàtiques que ens han proporcionat els mestres.

3. Cal tenir en compte que, si bé en algun problema s'han obtingut percentatges d'encert molt baixos, es mantenen a les proves per diverses raons:

a) Aquestes proves no pretenen mesurar el nivell estàndard del curs, sinó conèixer tipus de dificultats, la qual cosa vol dir que si substituíssim aquests problemes, no en podríem saber l'abast.
b) Els resultats més baixos a 4t es deuen al fet que el centre considera excessivament difícil el programa oficial i el modifica per donar certs àmbits a 5è (és el cas dels decimals).

4. S'ha considerat convenient, a partir d'aquesta preexperimentació, canviar el procediment de correlació dels problemes. Cal dir que es corregien els problemes atenent un criteri dicotòmic: bé o malament. Això era pobre a l'hora de poder esbrinar tipologies de dificultats; és per això que s'ha pensat en unes categories de correcció a bastament explicades en el capítol corresponent a pautes de correcció.

5. L'EXPERIMENTACIÓ

5.1. DESCRIPCIÓ DE LA MOSTRA

Per tal de determinar la mostra d'aquesta investigació hem seguit els passos següents:

1. Determinar la població que és subjecte d'aquesta recerca.
2. Cercar fonts d'informació de la població.
3. Calcular el nombre mínim d'individus de la mostra.
4. Estratificar la mostra d'acord amb les variables i amb la distribució de la població.

A l'hora de delimitar la població d'aquesta investigació, calia tenir en compte tres eixos: cursos, alumnes i centres.

A priori es tenia clar un dels eixos, el dels cursos. Es pretenia abastar els cinc primers cursos d'EGB (pla vigent l'any 1990) o el que es considera primera etapa de l'ensenyament obligatori.

En segon lloc, calia considerar un segon eix, el dels alumnes. Però, quina era la població total d'alumnes per curs a Catalunya? Vàrem procedir a obtenir informació sobre la població total dels nens i les nenes d'aquests nivells de Catalunya. Aquesta informació ens l'ha proporcionada molt gentilment la Secció d'Estadística del Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya.

S'ha considerat un tercer eix, el de les escoles. Preteníem tenir informació de la diversitat de centres de Catalunya. S'han tingut en compte les variables següents:

a) Titularitat del centre: públic o concertat (TIPCEN).
b) Població d'ubicació de l'escola: rural, semiurbana i urbana (POBLAC).
c) Nivell sociocultural en què s'autodenomina el centre: baix, mitjà, mitjà-alt i alt (SOCIO).
d) Confessionalitat: laica o religiosa (CONFESS).
e) Llengua d'aprenentatge: català o castellà (LLENGUA).
f) Mida del centre: completa o incompleta (MIDA).
g) Departament de Matemàtiques: si en té o no (DEPART).
h) *Ratio* de les aules: més de 25 alumnes o menys (RATIO).

La recerca d'informació sobre el nombre d'escoles que hi ha a Catalunya per a cada variable ha estat difícil en alguns casos.

La llista de centres públics i privats s'ha obtingut fàcilment, però s'ha de tenir en compte que, dins de les escoles concertades, s'hi compten tant les de concert sing. tipus A com les de concert sing. tipus B.

La variable *mida del centre* s'ha obtingut també al Servei d'Estadística.

Altres dades s'han aconseguit d'una manera més indirecta, com el nombre d'escoles religioses i laiques. Una font d'informació per obtenir el nombre d'escoles confessionals a Catalunya ha estat la Federació d'Escoles Cristianes. Ara bé, no totes les escoles de caire religiós estan federades. Se n'ha fet una estimació a partir de les inscrites.

La variable *llengua d'aprenentatge* també ha estat una informació difícil d'obtenir, malgrat que el Servei d'Ensenyament del Català (SEDEC) ha ofert totes les dades de què disposava. De totes maneres, les escoles passen per un moment de transformació pel que fa a la llengua. Moltes estan en un procés d'immersió de la llengua catalana. Aquest procés de normalització es troba en un nivell diferent segons els anys que fa que l'han iniciat. Tot plegat dificulta de poder-ne obtenir un percentatge clar.

La resta (nivell sociocultural, departament de matemàtiques, *ratio*) són variables la proporció de les quals ha estat dificilíssim d'obtenir, i s'ha agafat una quantitat a l'atzar.

De totes maneres, cal tenir en compte que per poder disposar d'una mostra proporcional en relació amb totes aquestes variables caldria una quantitat d'escoles molt elevada. Els resultats obtinguts s'hauran de mirar tenint present les proporcions respectives. Per altra banda, la mostra d'alumnes, que és bàsica per als objectius d'aquesta recerca, té una mida que la fa altament fiable.

El mètode de mostratge emprat per trobar el nombre mínim d'alumnes que fes representatiu els resultats obtinguts és probabilístic, basat en el principi d'equiprobabilitat, pel fet que tots els individus tenen la mateixa probabilitat de formar part de la mostra; aleatori estratificat, pel fet que s'ha dividit la població en estrats i en cada estrat s'ha realitzat un mostratge, i de fixació proporcional, ja que té en compte la proporció de cada estrat.

La població total la constitueixen tots els alumnes de Catalunya que cursen des de 1r a 5è d'EGB, ambdós inclosos.

QUADRE 1
Dades referides a aquesta població

Variable		*Núm. de centres*	*%*
TIPCEN	Pública	19	70
	Concertada	8	30
POBLAC	Rural	6	22
	Semiurbana	5	18
	Urbana	16	60
SOCIO	Baixa	8	30
	Mitjana	15	55
	Mitjana-alta	4	15
MIDA	Completa	5	18
	Incompleta	22	82
CONFESS	Laica	22	82
	Religiosa	5	18
LLENGUA	Català	14	52
	Castellà	13	48
DEPART	No en té	17	63
	Sí que en té	10	37
RATIO	Menys de 25	17	63
	Més de 25	10	37

El nombre mínim d'individus s'ha calculat mitjançant la fórmula següent:

$$n = \frac{N}{e2\ (N-1)+1}$$

Si considerem un nivell de confiança del 95 % i un error d'estimació de 0,02, obtenim:

$$n = \frac{500{,}963}{0{,}022\ (500{,}962)+1} = 2.487$$

El nombre d'alumnes mínim serà de 2.487 alumnes. Ara bé, en el nostre cas calia tenir en compte

la distribució d'aquests alumnes per tipologies d'escoles, i això ha incrementat el nombre d'alumnes fins a 3.284. Aquests són distribuïts segons les variables de tipologies d'escoles.

QUADRE 2
Variables de tipologies d'escoles

Variable		*Nombre d'alumnes*
TIPCEN	Pública	2.054
	Concertada	1.230
POBLAC	Rural	225
	Semiurbana	710
	Urbana	2.349
SOCIO	Baixa	1.023
	Mitja	1.327
	Mitjana-alta	934
MIDA	Completa	3.185
	Incompleta	99
CONFESS	Laica	2.360
	Religiosa	924
LLENGUA	Català	1.606
	Castellà	1.678
DEPART	No en té	2.110
	Sí que en té	1.174
RATIO	Menor de 25	1.288
	Major de 25	1.996
CURS	Primer	600
	Segon	656
	Tercer	677
	Quart	655
	Cinquè	696
OPCIÓ	A	1.117
	B	1.103
	C	1.064

5.2 CORRECCIÓ DE LES PROVES

En plantejar-nos la correcció de les proves de problemes de 1r, ens va semblar que amb una població tan gran (3.284 alumnes) i amb la categorització de cada problema en tindríem prou per fer una correcció global per tal d'obtenir resultats. I així ho vàrem fer en la preexperimentació. Però de mica en mica vàrem modificar l'opinió, perquè vàrem considerar que aportaríem molt més a la investigació si consideràvem diversos aspectes en la correcció de cada problema.

S'ha vist després de la preexperimentació que la plantilla de correcció contemplava totes les possibilitats a l'hora de corregir un problema. Es podrien aconseguir molts més criteris de correcció, i si es volguessin adaptar a cada curs o tipologia de problema, encara fóra més factible de trobar-ne més, però per a això caldria disposar d'un sistema de correcció prou ric per poder corregir problemes

aritmètics des de 1r a 5è i que permetés, per altra banda, comparar als cursos. Així, per exemple, podríem veure si els errors de tipus «comprensió del problema» augmenten o disminueixen des de 1r a 5è, es mantenen iguals o a l'inrevés.

5.2.1. *Categories de correcció*

Quins aspectes de la correcció eren vàlids per a tots els problemes de tots els nivells?

Vàrem fer una llista d'aspectes que ens trobàvem quan corregíem problemes, i la vàrem mostrar a alguns professionals de l'ensenyament de les matemàtiques que cada dia fan la tasca tan feixuga de correcció. El resultat de tot això varen ser aquests categories:

a) PROB1. Els mestres comenten amb certa freqüència: «els alumnes no comprenen el que llegeixen», «el llegeixen ràpid» i «no saben ben bé el que els diu el problema» o «no saben el que se'ls demana en un problema». Totes aquestes expressions, que responen a un diagnòstic de la correcció d'un problema, les categoritzarem dient que és un error del tipus *b*: errors en la comprensió del problema.

b) PROB2. Per altra banda, a vegades, tot i que sembla que saben el que els diu i els demana el problema, i fins i tot contesten correctament des del punt de vista de comprensió del problema, resolen el problema amb una operació generalment contrària a la que es necessitava. Aquest tipus d'errada la categoritzarem com un error de tipus *a*: error en triar les operacions.

c) PROB3. Considerem que s'ha de tenir cura de la resposta, perquè és un aspecte important en la resolució de problemes, ja que podria esdevenir un simple exercici mecànic si només es resol l'operació i no s'explica amb una frase el que vol dir aquell resultat. Categoritzarem aquest tipus d'errada com un error de tipus *c*: errors en la manera de donar la resposta.

d) PROB4. Un altre tema que es fa palès en la correcció d'un problema és el càlcul. Per això abans comentàvem que el problema ja és *per se* una avaluació d'un conjunt d'habilitats, de conceptes i d'estratègies de pensament que s'han treballat anteriorment. Una d'aquestes habilitats és el càlcul. Doncs bé, a vegades el que impossibilita que el problema arribi a bon terme són els errors en resoldre les operacions. Aquest error el categoritzarem com un error de tipus *d*: errors en els càlculs.

e) PROB5. Un altre problema molt diferent el constitueix aquell alumne que, davant d'un problema, no es posa a treballar, i no és que s'equivoqui, sinó que no es veu encoratjat a intentar-ho. A voltes això és degut a la por al fracàs, és a dir, a equivocar-se, però d'altres vegades és degut al fet que no sap com enfrontar-se al problema. Quan veiem un problema en blanc, no podem dir que no l'ha entès o que no sap fer l'operació; només podem afirmar que hi ha hagut un error de tipus *e*: no ha fet res del problema.

f) PROB6. Tota una altra consideració ens la mereix el nen que, tot i no fer completament bé el problema, ha començat a escriure, a fer un plantejament, a resoldre una part del que li preguntàvem, etc. Si bé aquest problema no es pot considerar com a vàlid, l'hem de categoritzar d'una manera diferent a d'altres situacions. Direm que hi ha un error de tipus *f*: ha fet una part del problema bé.

g) PROB7. Finalment, trobem també problemes on s'ha comprès el que plantejava el problema, s'ha plantejat correctament, s'han resolt favorablement les operacions i s'ha donat una resposta escaient al que es demanava. Aquest tipus de situació la categoritzarem com a *g*: ha fet tot el problema bé.

Justificació de les categories considerades

La connotació popular de l'error és negativa i s'identifica amb el fracàs. De totes maneres, per poc que hi aprofundim ens adonem que una gran part dels progressos de la humanitat han estat una successió d'errors corregits, la qual cosa ens fa pensar en l'error com una manera d'aprendre.

La manera d'entendre l'error comporta també una manera d'entendre el procés d'ensenyament i aprenentatge. No és el mateix que un mestre utilitzi els errors del nen per administrar un reforç negatiu o que els utilitzi com un element de reflexió per a l'infant i per al procés mateix.

Com definim l'error? Podríem dir que hi ha un error quan hi ha una diferència entre el resultat que s'obté i el resultat que se n'espera.

Citem la classificació que fan Blythe Clinchy i Cristine Rosenthal (1986) de l'error:

- *Errors d'entrada*: comprensió, percepció, intenció.
- *Errors d'organització*: anàlisi-síntesi, ordenació i connexió.
- *Errors d'execució*: sintàctic, semàntic, lògic.

Aquesta classificació ha aportat un petit gra de sorra a aquesta categorització de correcció que es presenta.

Cal dir que algunes d'aquestes categories de correcció són excloents, però d'altres no. Per exemple, una alumna pot tenir errors en els càlculs i en la manera de donar la resposta. En canvi, si un problema està tot bé, no hi podem posar cap més categoria. Les sis primeres categories, de la *a* fins a la *f*, representen situacions d'error, i la darrera, *g*, d'encert. Així, *a, b, c, d* i *f* poden donar-se simultàniament, i *g* i *e* són incompatibles amb *a, b, c, d, f* i entre elles.

Cal dir que en la utilització d'aquest model de correcció es troben una sèrie de situacions pròpies de qualsevol sistema d'avaluació. Per exemple, és difícil davant d'un problema resolt malament copsar fins a quin punt és un error de comprensió o de mala utilització de les operacions. També és difícil dir que no ha donat bé la resposta si ha encerclat el nombre resultat de les operacions resoltes correctament, en lloc d'escriure una frase on explicités el significat del resultat. De totes maneres, en aquest treball es considera que, malgrat aquestes diferències pròpies de qualsevol mesura (sempre és poc precisa), resulta enriquidor fer aquestes categories diferenciadores de tipus d'errors.

En la correcció de cada problema resolt per un nen donarem el valor 1 o 0 segons si hi ha present aquella categoria de correcció o no.

Per tal de ser eficients i pràctics, hem elaborat una plantilla en què a la part superior es recullen les categories de correcció per a cadascun dels set problemes proposats a cada nen, i al final hi ha una altra casella on es recullen els totals de cada categoria d'errors de cada tipus o encerts que ha fet el nen. A l'eix vertical, hi ha la llista d'alumnes d'un grup separat per l'opció de problemes que els ha tocat fer.

Al final es recullen els totals per a cada problema i, en general, del grup d'alumnes recollits en aquesta graella.

Aquesta manera d'avaluar ens dóna d'una manera sistemàtica la tendència d'errors de cada alumne, i també si hi ha una tendència del grup o dels grups d'un professor, etc. Permet, en definitiva, analitzar més acuradament les causes de fracàs en la resolució de problemes dels nostres alumnes.

5.2.2. *Utilització de la plantilla de correcció en aquesta investigació*

S'ha utilitzat un full per a cada curs. A l'esquerra s'han posat els noms i els cognoms de cada nen agrupats per l'opció de problemes que havien resolt.

Després de cada opció es feien uns subtotals, i al final de cada curs, un total. S'obtenien les freqüències de cadascuna de les categories de correcció per problema, per alumne i per curs.

Els nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7 corresponen als problemes que conté la prova de cada alumne. Dins de cada problema, las caselles *a, b, c, d, e, f* i *g* corresponen a les categories de correcció esmentades.

QUADRE 3
Full de recollida de la correcció de problemes

Núm. de problema / *Aspectes de la correcció* / *Núm. d'alumne*	1							2							...	7							*Totals*						
	a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*		*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*
TOTALS																													

a: error en triar les operacions
b: error en la comprensió de l'enunciat
c: error en donar la resposta
d: error en els càlculs
e: no fer res del problema
f: fer el problema parcialment bé
g: fer el problema completament bé

5.2.3. *Algunes consideracions sobre l'ús de la plantilla*

- Error tipus «errors en donar la resposta»: No s'ha considerat vàlida si a la resposta s'han especificat pastes, boles. Calia construir o omplir en el seu moment la frase que definia correctament la resposta.
- Errors tipus «ha fet part del problema bé»: Aquesta categoria de correcció s'ha assenyalat quan ha fet quelcom bé del problema, però no tot. No marquem aquesta casella quan en aquesta part ha comès algun error. És a dir, si a la part del problema que ha fet, s'hi observa un error en triar les operacions, assenyalarem la casella *a* i no la *f*.

6. RESULTATS I CONCLUSIONS

6.1. RESPECTE A LA HIPÒTESI

S'obté una seqüenciació de problemes fruit dels resultats de la població escolar de 1r a 5è d'EGB. Aquests problemes estan caracteritzats per unes variables de classificació que, en un principi, es van ordenar segons les dificultats esperades. Les ordenacions inicials dins de cada bloc de variables s'han confirmat en uns casos i en d'altres no. A continuació es detallen les coincidències i les discrepàncies.

6.1.1. *Referents a les variables de l'enunciat*

La seqüenciació de problemes obtinguda indica que:

- No hi ha una influència clara del tipus d'enunciat ENUN1, ENUN2 i ENUN3 en els resultats dels problemes.
- Els problemes que tenen l'enunciat del tipus ENUN4 i ENUN5 obtenen uns resultats significativament inferiors a les altres variables de l'enunciat.
- L'increment del nombre de paraules en l'enunciat del problema augmenta significativament la dificultat d'aquest problema.

Concloem que no es pot inferir una ordenació clara de les cinc variables de l'enunciat. Només es pot afirmar que els problemes amb ENUN1, ENUN2 o ENUN3.

6.1.2. *Respecte a les variables del format de resolució*

- Els problemes amb FORM1 mostren uns resultats globals superiors als dels altres formats.
- Els problemes amb FORM2 obtenen uns resultats superiors als que tenen FORM3, i molt semblants, encara que inferiors, als de FORM1.
- Els problemes amb FORM3 obtenen uns resultats significativament inferiors als dels altres dos formats.

Concloem que les variables *forma de resolució* es poden ordenar segons la dificultat que comporten, i la seva influència és en la mateixa línia en què es planteja la hipòtesi.

6.1.3. *Respecte a les variables d'aspectes mentals*

La influència d'aquestes variables no es pot aïllar nítidament. De totes maneres, els resultats obtinguts ens permeten acceptar les hipòtesis en aquest sentit. Més concretament:

- La presència de la variable MENT4 fa que s'obtinguin uns resultats més alts que en d'altres variables MENT.
- La presència de la variable MENT1 (conceptes) disminueix la proporció de problemes totalment bé a 1r i 2n curs, mentre que a la resta de cursos no s'hi detecta una influència clara.
- La influència de la variable MENT2 (transformacions) no mostra una incidència clara. Únicament té influència en l'error de fer parcialment bé el problema a 4t curs.

- La variable MENT5 (realitzar comparacions) mostra una influència negativa sobre els resultats globals a 5è curs.
- La variable MENT6 (analitzar dades) mostra una influència negativa sobre els resultats globals a 5è curs.
- La variable MENT7 mostra una influència clara negativa sobre els resultats globals en tots els cursos i es considera la variable MENT de més dificultat.

6.1.4. *Respecte a les variables d'habilitats mecàniques*

L'estudi sobre el resultat dels problemes, en relació amb cadascuna de les variables d'habilitats mecàniques assenyalades en la classificació, no ha resultat gaire aclaridor. Això ens porta a considerar que es pretenia aïllar les influències d'unes variables excessivament pròximes unes de les altres per poder-ne inferir algun resultat. Per exemple, un problema que requereix una suma de dos dígits més un dígit i un problema que requereix una suma de dos dígits més dos dígits proporcionen resultats molt pròxims, dels quals només es podria copsar la significança si n'hi hagués molts d'aquests tipus i si totes les altres variables fossin exactament iguals. Respecte al tipus de disseny per investigar en aquesta línia, en parlem al capítol «Algunes consideracions per a futures investigacions».

Entre els resultats obtinguts cal destacar:

- Algunes dificultats amb les variables MEC deixen de ser-ho en el curs següent. Per exemple, un problema amb MEC10 ofereix dificultat a 1r curs, mentre que a 2n curs desapareix.
- Les MEC25-36 resulten especialment dificultoses a 4t i redueixen significativament l'èxit en els resultats del problema davant les altres variables MEC.
- Les variables MEC no tenen, en general, efectes importants sobre les variables de correcció.
- Els efectes que predominen són sobre la categoria de correcció PROB4 (errors en les operacions) i a PROB7 (fer tot el problema bé).
- Els problemes amb dues o tres operacions redueixen l'èxit de resolució i incrementen els errors en els càlculs, excepte a 5è curs.

6.2. SEQÜENCIACIÓ DE LES VARIABLES DE LA CLASSIFICACIÓ DE PROBLEMES

L'ordenació de les variables de classificació en termes de si faciliten o dificulten la resolució de problemes és una tasca molt complexa. Gran part d'aquesta complexitat és donada per la interrelació que tenen unes variables amb unes altres, la qual cosa dificulta la possibilitat d'aïllar-ne la influència. És per això que l'ordenació que donarem s'ha de prendre amb moltes reserves i considerar-la dins del marc d'estudi que esmentem. Podríem optar per no fer aquesta ordenació, però ens sembla que «val més una mala mesura que cap mesura».

L'ordenació de les variables de classificació es farà dins de cada grup de variables, és a dir: variables de l'enunciat, variables del format, variables d'aspectes mentals i variables d'habilitats mecàniques. I això atenent les dades obtingudes respecte a la seva mitjana, les seves correlacions, la prova *T-test* i les anàlisis causals.

A partir d'aquestes ordenacions en donarem una que serà la combinació de totes les esmentades i que serà fruit de totes les dades i observacions que s'han fet al llarg d'aquesta investigació. Aquestes ordenacions també es donaran per cursos.

6.2.1. *Seqüenciació de les variables de classificació de l'enunciat*

QUADRE 4
Mitjanes i ordre de cada variable de classificació

	PROB1		PROB2		PROB3		PROB4		PROB5		PROB6		PROB7	
	Ord.	*Mitj.*	*Ord.*	*Mitj.*	*Ord.*	*Mitj.*	*Ord.*	*Mitj.*	*Ord.*	*Mitj.*	*Ord.*	*Mitj.*	*Ord.*	*Mitj.*
ENUN1	1	0.2152	2	0.2282	1	0.0810	3	0.0884	3	0.0906	3.	0.0401	3	0.5028
ENUN2	3	0.1687	4	0.1880	3	0.0641	5	0.0838	3	0.0879	5	0.0187	1	0.5879
ENUN3	4	0.1641	5	0.1758	2	0.0729	4	0.0870	1	0.0947	4	0.0234	2	0.5710
ENUN4	5	0.1481	3	0.2049	4	0.0600	2	0.1094	4	0.0663	2	0.1690	4	0.4878
ENUN5	2	0.1693	1	0.2693	5	0.0294	1	0.1387	5	0.0428	1	0.4110	5	0.3156

Dels resultats que es poden observar en aquest quadre se'n poden dir:

- Quan hi és present ENUN2, hi ha una major quantitat d'encerts, seguit d'ENUN3, ENUN1, ENUN4 i ENUN5.
- Si ens fixem en l'error PROB1, veurem que aquest augmenta quan el problema té un enunciat de tipus 1, seguit d'ENUN5, ENUN2, ENUN3 i ENUN4.
- Si ens fixem en l'error PROB2, veurem que és més gran quan el problema té un enunciat de tipus ENUN5, seguit d'ENUN1, ENUN4, ENUN2 i ENUN3.
- Si ens fixem en l'error PROB3, aquest pren el valor més gran quan hi ha ENUN1 seguit d'ENUN3, ENUN2, ENUN4 i ENUN5.

El quadre mostra l'ordenació de les variables de l'enunciat segons cada categoria de correcció. Així, l'ordre d'ENUN segons PROB7 (fer totalment bé el problema) és el següent: ENUN2, ENUN3, ENUN1, ENUN4 i ENUN5.

6.2.2. *Seqüenciació de les variables de classificació del format de resolució*

QUADRE 5
Mitjanes i ordre de cada variable del format

	PROB1		PROB2		PROB3		PROB4		PROB5		PROB6		PROB7	
	Ord.	*Mitj.*	*Ord.*	*Mitj.*	*Ord.*	*Mitj.*	*Ord.*	*Mitj.*	*Ord.*	*Mitj.*	*Ord.*	*Mitj.*	*Ord.*	*Mitj.*
FORMA1	3	0.1225	3	0.1440	2	0.0471	2	0.0967	3	0.0559	2	0.0705	2	0.4787
FORMA2	2	0.1824	2	0.2095	3	0.0229	1	0.1065	2	0.0774	1	0.0929	1	0.5427
FORMA3	1	0.2195	1	0.2404	1	0.0981	3	0.0860	1	0.0998	3	0.0561	3	0.4587

- La presència de FORMA3 indica un increment del valor de l'error PROB1 seguit de FORMA2 i FORMA1.
- La categoria de correcció PROB2 decreix segons si hi ha FORMA3, FORMA1 i FORMA2, respectivament.
- L'error tipus PROB4 és més alt quan hi és present FORMA3, seguit de FORMA1 i FORMA2.
- L'error tipus PROB4 és més alt quan hi és present FORMA2, seguit de FORMA1 i de FORMA2, però no s'observa una diferència significativa.
- La categoria d'error PROB5 és més gran quan hi ha un problema amb FORMA4, seguit de FORMA2

i de FORMA1. Aquest resultat corrobora les expectatives que s'esperaven, perquè sembla molt clar que l'inici de resolució ajuda a abordar el problema; el format general també hi ajuda, però no amb tanta intensitat que si hi ha inici de resolució, i si no hi ha cap mena de format li costa més d'abordar-lo i el deixa en major proporció sense fer.

- L'error PROB6 és més alt quan es presenta FORMA2 seguit de FORMA1 i de FORMA3.
- La categoria de correcció PROB7 resulta més fàcil quan hi ha FORMA2 seguit de FORMA1 i de FORMA3. En principi, aquest resultat sobta una mica perquè sembla que FORMA1 hauria de tenir més percentatge d'encerts. De totes maneres, hem de dir que hi ha moltes altres variables de classificació del problema que poden distorsionar el resultat.

El quadre indica l'ordre de cada variable FORMA atenent totes les categories de correcció. Diem que l'ordre decreixent segons la categoria de correcció PROB7 és el següent: FORMA1, FORMA2 i FORMA3.

6.2.3. *Seqüenciació de les variables de classificació dels aspectes mentals*

QUADRE 6
Mitjanes i ordre de les variables d'aspectes mentals

	PROB1		PROB2		PROB3		PROB4		PROB5		PROB6		PROB7	
	Ord.	*Mitj.*	*Ord.*	*Mitj.*	*Ord.*	*Mitj.*	*Ord.*	*Mitj.*	*Ord.*	*Mitj.*	*Ord.*	*Mitj.*	*Ord.*	*Mitj.*
MENT1	4	0.3204	4	0.3547	5	0.0464	4	0.0622	4	0.0959	5	0.0453	3	0.4369
MENT2	5	0.2731	5	0.3445	6	0.0424	5	0.0428	2	0.1402	1	0.3807	7	0.1054
MENT3	6	0.1888	6	0.2106	7	0.0424	2	0.0925	5	0.0832	3	0.0612	2	0.5243
MENT4	7	0.1502	7	0.1642	3	0.0761	1	0.0954	6	0.0743	4	0.0510	1	0.5746
MENT5	2	0.4916	1	0.5810	2	0.0840	7	.0.0161	7	0.0462	7	0.0210	4	0.3319
MENT6	1	0.5086	2	0.5733	1	0.1207	6	0.0302	1	0.1466	6	0.0388	6	0.1983
MENT7	3	0.3382	3	0.943	4	0.0623	3	0.0841	3	0.1300	2	0.1326	5	0.2802

7. PROPOSTA ORIENTADORA PER A LA CONFECCIÓ DE PROBLEMES

Els resultats d'aquesta investigació permeten confeccionar problemes tenint en compte la dificultat que suposen. Així, la seqüenciació presentada de variables permet les aplicacions següents:

a) En el cas que proposem problemes d'un llibre a un alumne:

- classificar el problema atenent cada grup de variables
- calcular el nivell de dificultat del problema
- comparar els resultats en el nostre grup a la nostra classe i la mitjana de Catalunya
- comparar el resultat d'un nen aïlladament i la mitjana de Catalunya
- ordenar els problemes proposats en una unitat didàctica segons dificultat creixent

b) En el cas que proposem problemes confeccionats per nosaltres mateixos:

- proposar problemes de cada grup de variables (enunciat, format de resolució, aspectes mentals i habilitats mecàniques) que segueixin l'ordre de dificultat investigat

- diagnosticar la subvariable o les subvariables més difícils de resoldre per tal de reorientar el disseny de la nostra programació de problemes

Els quadres amb propostes per a 1r, 2n, 3r, 4t i 5è representen el resum de les conclusions de la investigació. Així, trobem les variables de classificació ordenades segons la dificultat obtinguda en la recerca en un eix, i en l'altre eix, la relació de problemes ordenats segons els valors obtinguts en la correcció.

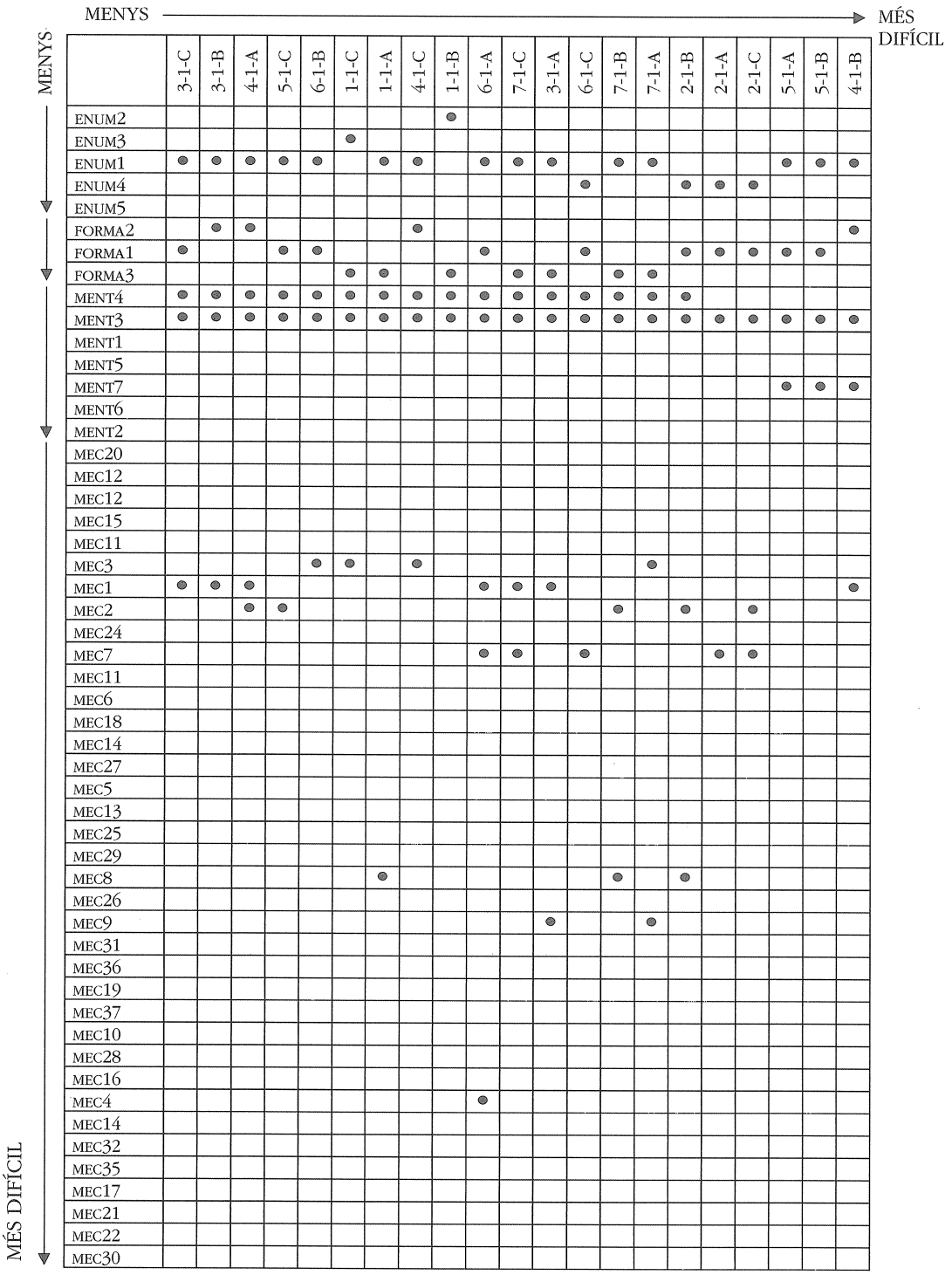
D'aquesta manera, la proposta pot ser utilitzada de manera estricta tot aplicant els problemes de la investigació, o bé pot aplicar-se a d'altres problemes que corresponguin a les variables considerades.

L'annex 1 ofereix tota la relació de problemes aritmètics i indica els resultats obtinguts. Així, el número indica el problema, després hi ha el curs en què s'ha passat, l'opció triada (A, B o C) i l'ordenació general de dificultat, entenent que un nombre alt (71) indica molta dificultat i un nombre baix, poca. I la darrera columna indica la dificultat en el curs, que pot tenir un valor màxim de 21 i un valor mínim d'1:

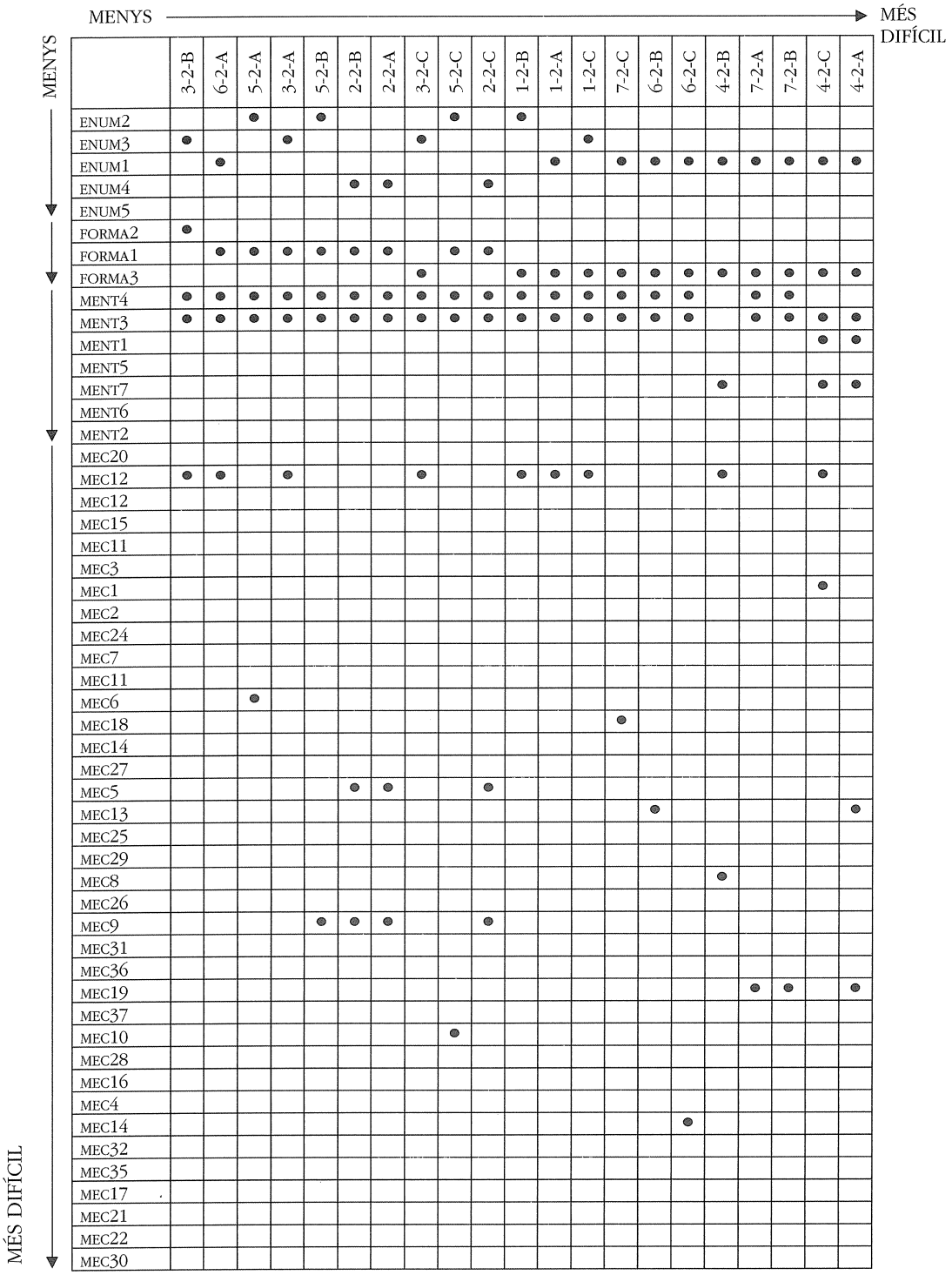
núm.	curs	opció	ordre	ord. curs

Això ens pot permetre comparar d'una manera directa la situació d'un cas concret respecte als resultats obtinguts en la recerca.

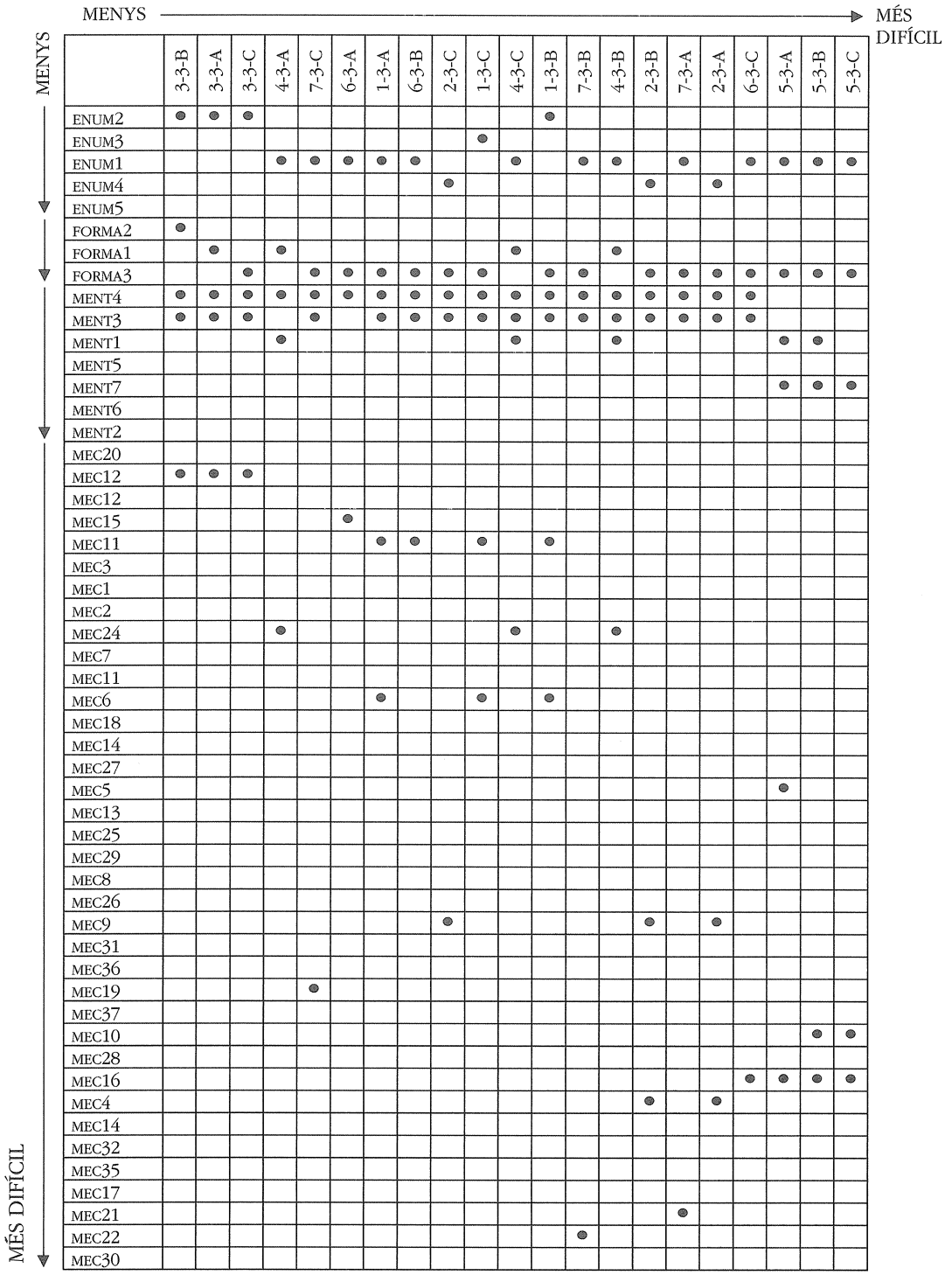
QUADRE 7
Proposta de 1r



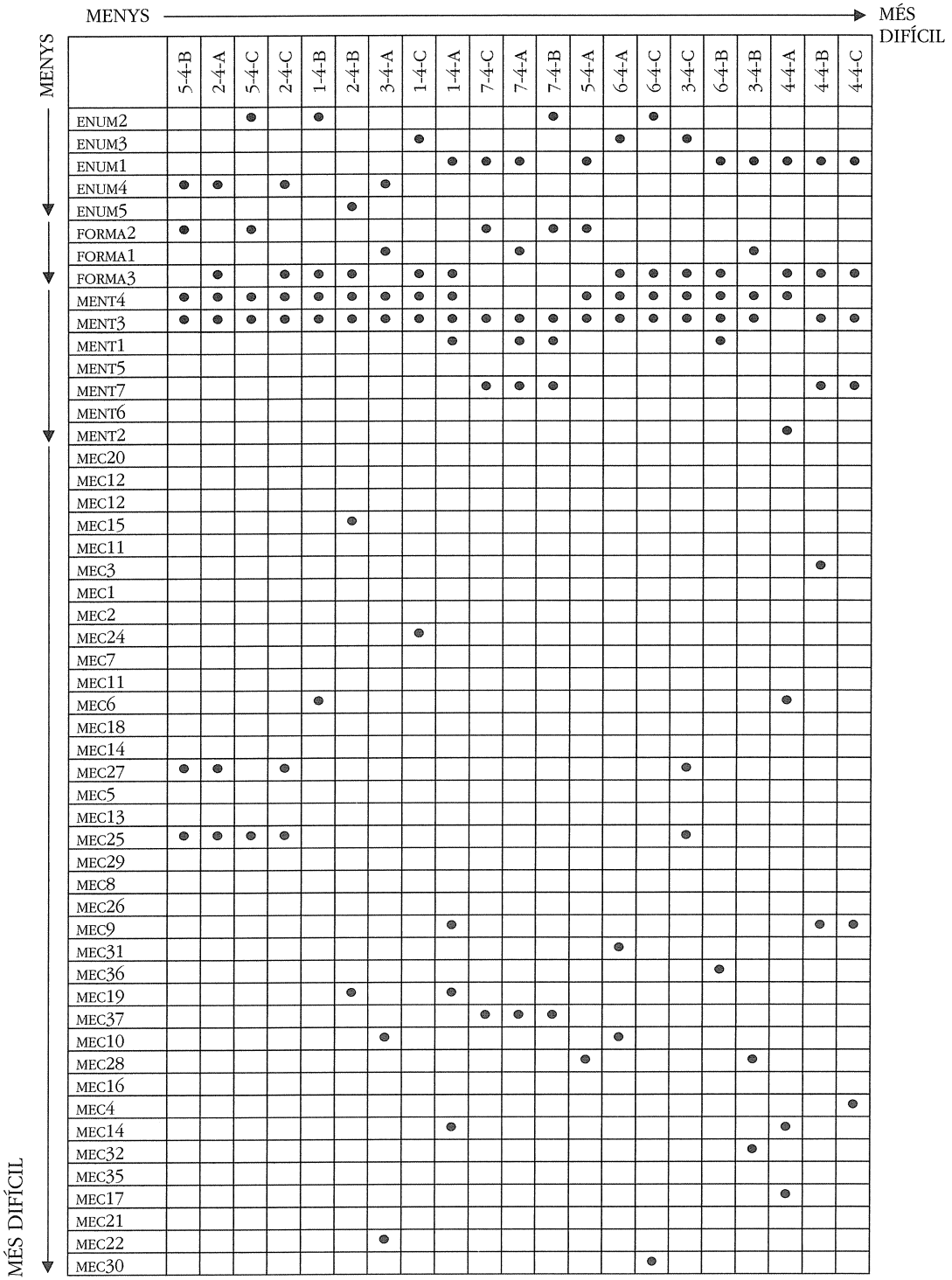
QUADRE 8
Proposta de 2n



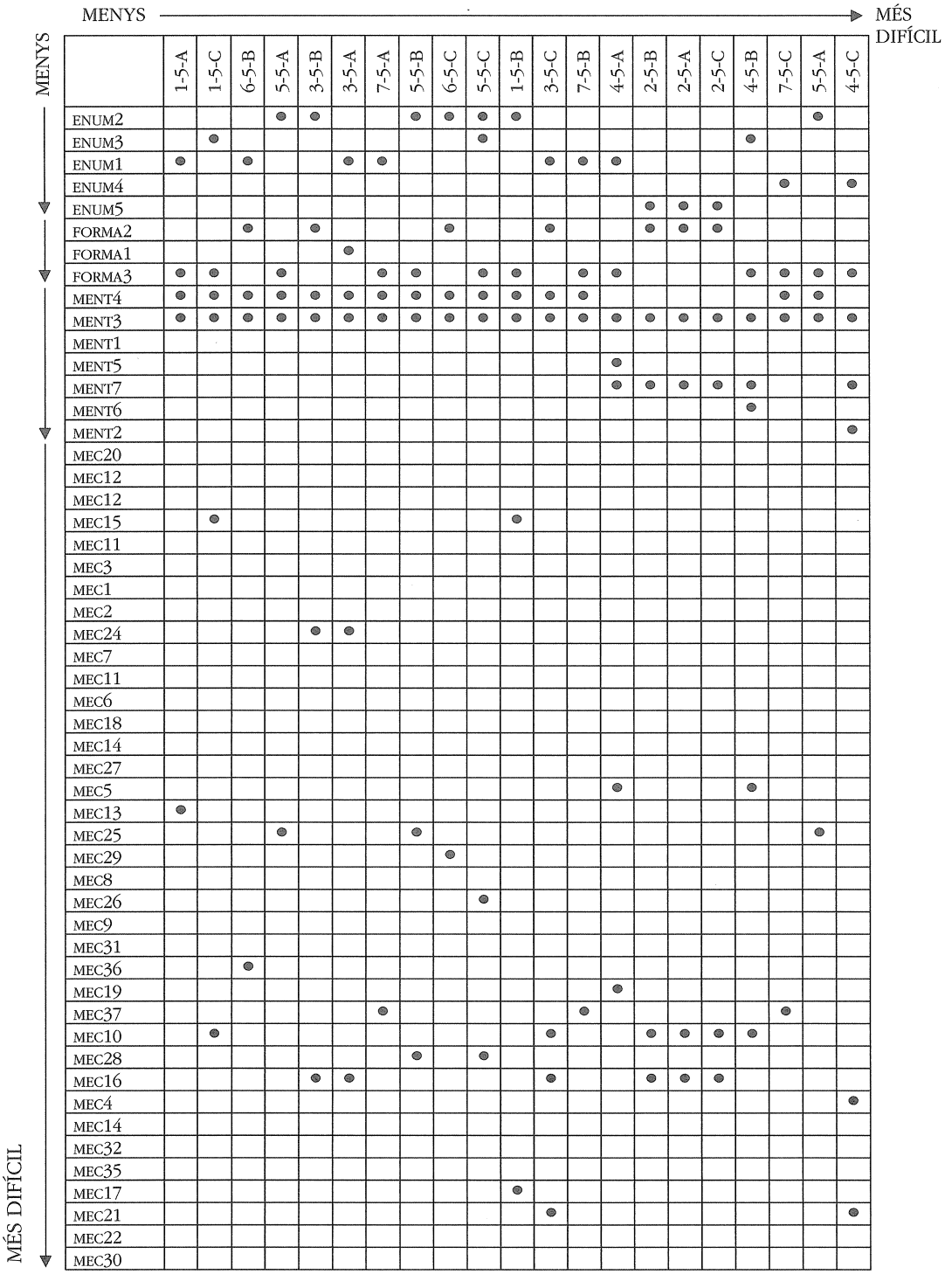
QUADRE 9
Proposta de 3r



QUADRE 10
Proposta de 4t



QUADRE 11
Proposta de 5è



8. BIBLIOGRAFIA

ALONSO V.; GONZÁLEZ CARMONA, A.; SÁENZ BARRIO, O. «Estrategias operativas en la resolución de problemas matemáticos en el ciclo medio de la EGB». *Enseñanza de las Ciencias* [Barcelona], vol. 6, núm. 3 (novembre 1988).

ARRIETA GALLASTEGUI, J. J. «La resolución de problemas y la educación matemática: hacia una mayor interrelación entre investigación y desarrollo curricular». *Enseñanza de las Ciencias* [Barcelona], vol. 7, núm. 1 (febrer 1989).

ARRIETA GALLASTEGUI, J. J.; GAYOSO, F.; MARTÍNEZ, R. «Problemas de matemáticas en el ciclo inicial: algunos ejemplos». *Apuntes de Educación - Cuaderno de Naturaleza y Matemáticas*, núm. 22 (1986).

BARNARD, Y.; SANDBERG, J. «Applying artificial intelligence insights in a CAI program for "open sentence" mathematical problems in primary schools». *International Science*, núm. 1 (1988), p. 263-276.

BAUTISTA GARCÍA-VERA, A. *La resolución de problemas usando el microordenador en la enseñanza de las matemáticas.* Universidad Complutense de Madrid, 1986.

— «Fundamentos de un método de enseñanza basado en la resolución de problemas». *Revista de Educación* [Madrid], núm. 282 (1987), p. 151-160.

BEGGS, D. L.; LEWIS, E. L. *Evaluación del proceso educativo.* Madrid: TEA, 1979.

BELL, A. [*et al.*]. «Choice nof operation in verbal problems with decimal numbers». *Educational Studies in Mathematics* (1981), p. 399-420.

— «Choice of operation in verbal arithmetic problems: the effects of number size, problem structure and context». *Educational Studies in Mathematics* (1984), p. 129-147.

BELL, A. W.; COSTELLO, J.; KUCHERMANN. «Process aspects of mathematics». A: *Research of learning and teaching.* Ed. NFer-Nelson, 1985.

BERRY, Lois Langford. «Problem solving in the elementary school: mathematics curriculum». *RIE* (juny 1985).

BEST, J. W. *Cómo investigar en educación.* Madrid: Morata, 1982.

BISQUERRA, R. *Introducción a la estadística aplicada a la investigación educativa: Un enfoque informático con los paquetes BMDP y SPSS.* Barcelona: PPU, 1987.

— *Introducción conceptual al análisis multivariable: Un enfoque informático con los paquetes SPSSX, BMDP, LISREL y SPAD.* Vol. I i II. Barcelona: PPU, 1989.

BLANK, R. «Improving research on teacher quality in science and mathematics: report of a symposium of scientist, educaters and researchers». *Journal of Research in Science Teaching*, vol. 25, núm. 3 (1988), p. 217-224.

BLOOM, B. S. *Taxonomía de los objetivos de la educación.* Buenos Aires: El Ateneo, 1972.

BONET, E. «El paper de la matemàtica a l'educació del nen». *Perspectiva Escolar*, núm. 12 (febrer 1977).

— «Reflexions sobre l'ensenyament de la matemàtica». *Perspectiva Escolar*, núm. 12 (febrer 1977).

BORASI, R. «On the nature of problems». *Educational Studies in Mathematics*, vol. 15, núm. 17 (1986).

BORDAS, M. «Test evaluativo del aprendizaje del área matemática». A: *VI Congreso Nacional de Pedagogía*, 1976.

— «Avaluació del programa TOAM». *RIE* [Barcelona] (1987).

BOVENMYER, A. «Traininig students to represent arithmetic word problems». *Journal of Educational Psychology*, vol. 81, núm. 4 (1989), p. 521-531.

BOVENMYER, A.; MAYER, R. «Students' miscomprehension on relational statements in arithmetic word problems». *Journal of Educational Psychology*, vol. 79, núm. 4 (1987), p. 363-371.

BRANSFORD, J. D.; STEIN, B. *Solución ideal de problemas: Guía para mejor pensar y aprender.* Barcelona: Labor, 1986.

CABELLO, T.; CELA, P. *Sentido de la matemática en preescolar y ciclo preparatorio.* Narcea SA Ediciones, 1983.

CALLEJO DE LA VEGA, M. L. *La enseñanza de las matemáticas.* Madrid: Narcea, 1987.

CALVO, C. [*et al.*]. *Plantear y resolver problemas.* Madrid: Acción Educativa, 1988.

CAMERON, Judy; EPLING, W. F. «Successful problem solving as a function of interaction style for normative students of English». *Applied Linguistics*, vol. 10, núm. 4 (desembre 1989).

CANALS, M. A. «L'ensenyament de la matemàtica, avui, al parvulari». *Perspectiva Escolar*, núm. 12 (febrer 1977).

— *Per una didàctica de la matemàtica a l'escola.* Barcelona: Rosa Sensat, 1989.

CARPENTER, T. P.; HIERBERT, J.; MOSSER, J. M. «The effect of instruction on children's solutions of addition and substraction word problems». *Educational Studies in Mathematics*, núm. 1 (1983).

CELA, P.; CABELLO, T. *Aprendizaje de la matemática en el ciclo medio.* Madrid: Narcea, 1984.

CERVELLO, A.; SABATÉ, J. «Inicio de programa para resolver problemas sencillos». *Infancia y Aprendizaje*, núm. 21 (1983), p. 123-130.

CLARK, Tom; SCHAFFER, E.; YING, C. «Teaching variables and mathematics achievement in the context of sixth-grade classrooms in Taiwan». *International Review of Education*, vol. 34 (1988), p. 115-124.

CLINCHY, B.; ROSENTHAL, K. «Análisis de errores infantiles». A: LESSER, G. S. *La psicología en la práctica educativa.* Mèxic: Trilla, 1981, p. 119-120.

COCKROFT. *Las matemáticas sí cuentan.* MEC, 1985.

CONTRERAS, L. C. «La resolución de problemas, ¿una panacea metodológica?». *Enseñanza de las Ciencias* [Barcelona], vol. 5, núm. 1 (febrer 1987).

COOPER, G.; SWELLER, J. «Effects of schema acquisition and rule automation on mathematical problem-solving transfer». *Journal of Educational Psychology*, núm. 4 (1987), p. 347-362.

CORDIER, J. [*et al.*]. *Enseignement de la mathématique et exercises de verbalisation chez les enfants caractériels.* Université Libre de Bruxelles. Ecole des Cailloux, 1985.

CORIAT, M. [*et al.*]. *Nudos y Textos: Redes en la escuela.* Madrid: Síntesis, 1989.

COSMI, L.; GARDIN, A. «La risoluzione del problema aritmético». *Psicologia e Scuola* (1989).

DEFIOR, S. «La reforma y las matemáticas». *Cuadernos de Pedagogía* [Barcelona], núm. 182 (1990).

DICKSON, L.; BROWN, M.; GIBSON, O. «Children learning mathematics». A: *Education for the Schools council.* Holt.

Disseny curricular: Ensenyament primari. Barcelona: Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament, 1990.

DOCKRELL, W. B.; HAMILTON, D. *Nuevas reflexiones sobre la investigación educativa.* Ed. Narcea, 1983.

Educación general básica. Madrid: Ed. Magisterio Español, 1977. [Llei d'educació de 1970]

Educación general básica: 1a etapa. Madrid: Ed. Magisterio Español, 1977. [Llei d'educació de 1970]

Educación general básica: 2a etapa. Madrid: Ed. Magisterio Español, 1977. [Llei d'educació de 1970]

ELBOUDALI, A. *L'influence de la familiarité du contexte sur la resolution de problemes verbaux en Mathematiques, au niveau du secondaire au Maroc.* Universitat Laval, 1984. [Tesi inèdita]

ESCOFET, Miguel A. *Diseño multivariado en psicología y educación.* Ed. CEAC, 1980.

ETXEBERRÍA, S. [*et al.*]. *Programación y análisis estadísticos básicos con SPSS-PC (+).* Madrid: Paraninfo, 1990.

FAYOL, M.; ABDI, H. «Impact des formulations sur la résolution de problèmes additifs chez l'enfant de 6 a 10 ans». *European Journal of Psychology of Education*, núm. 1 (1986), 41-58.

FERNÁNDEZ HUERTA, J. «La determinación del razonamiento aritmético». *Consigna* (maig 1957), p. 27-31.

— «Problemas y técnicas de diagnóstico pedagógico o educacional». *Revista Española de Pedagogía*, vol. XXII, núm. 100 (oct.-des. 1967).

FERRÁNDEZ, A. *La enseñanza individualizada.* Barcelona: Ceac, 1985.

FERRER, J.; ORTEGA, J. L. «Resolución de problemas y uso de la calculadora». *Infancia y aprendizaje*, núm. 22 (1983).

FERRERES, V.; FERRÁNDEZ, A.; GAIRÍN, J. *Análisis de las dificultades en la enseñanza/aprendizaje de matemáticas: Evaluación del currículum según criterio discente.* UB. ICE, 1987.

FISHER, Nancy. «Mathematical problem-solving's mathelation component related to achievement, attitude, critical thinking in prospective elementary teacher». *RIE* (novembre 1973).

FREUDENTHAL, H. «Major problems of mathematics education». A: *Congres Mathematics Promotes the Mind.* Països Baixos: Institut Ontwikkeling Wiskunde Onderwijs, 1980.

FUENTES, A. «Los modelos causales en la investigación del rendimiento académico» *RIE*, vol. 4, núm. 7 (1986), p. 35-48.

GAGNÉ, R. M. *Las condiciones del aprendizaje.* Madrid: Aguilar, 1971.

GAIRÍN, J. *Actitudes en educación.* Barcelona: PPU, 1986.

— «Algunas propuestas relativas al cambio de actitud hacia las matemáticas». A: *II Congreso Internacional sobre Investigación en la Didáctica de las Ciencias y las Matemáticas.* València, setembre 1987.

— «Incidencias del uso de la informática en la conformación de las actitudes en matemáticas». A: *Simposium Internacional de la Educación Informática.* Universidad Autónoma de Madrid, juny 1987.

GALI, A. *La medida objetiva del trabajo escolar.* Madrid, 1929.

GALLINI, J. K. «Instructional conditions for computer-based problem-solving environments». *Educational Technology* (febrer 1985), p. 7-11.

GALTON, M.; MOON, B. *Cambiar la escuela, cambiar el currículum.* Barcelona: Ed. Martínez Roca, 1986.

GARRET, H. *Estadística en psicología y educación.* Buenos Aires: Paidós, 1971.

GARRET, R. M. «Resolución de problemas y creatividad: implicaciones para el currículo de ciencias». *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 6, núm. 3 (novembre 1988).

GIL, D. [*et al.*]. «La resolución de problemas de lápiz y papel como actividad de investigación». *Investigación en la escuela*, núm. 6 (1988), p. 3-21.

GIMENO SACRISTÁN, J. *La pedagogía por objetivos: Obsesión por la eficiencia.* Ed. Morata, 1984.

— *El currículum: Una reflexión sobre la práctica.* Madrid: Ed. Morata, 1988.

GIPSON, M. «Relationships between formal-operational thought and conceptual difficulties in genetics problem solving». *Journal of Research in Science Teaching*, vol. 26, núm. 9 (1989), p. 811-821.

GLAESER, G. «Mathematical problem solving: Issues in research». *Educational Studies in Mathematics*, núm. 14 (1983).

GLASER, Robert. «Las ciencias cognitivas y la educación». *Revista Internacional de Ciencias Sociales* (març 1988).

GOLDMAN, S.; MERTZ, D.; PELLEGRINO, J. «Individual differences in extended practice functions and solution strategies for basic addition facts». *Journal of Educational Psychology*, vol. 4 (1989), p. 481-496.

GÓMEZ, C. «Diferentes modalidades de resolución gráfica de problemas». *Enseñanza de las Ciencias* (setembre 1985).

— «Construir la matemàtica». *Guix* [Barcelona], núm. 116 (1987).

GÓMEZ CHACÓN, I. M. «Los protocolos de resolución en la enseñanza de matemáticas». *Suma de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas* [Granada] (1989).

GORMAN, Charles J. «Critical analysis of research on written problems in elementary school mathematics». *RIE* (febrer 1971).

GRUP ALMOSTA. «El problema dels problemes». *Perspectiva Escolar*, núm. 112 (febrer 1987).

GRUP ARESTA. «El aprendizaje de resolución de problemas de planteo algebraico». *Enseñanza de las Ciencias* (1985), p. 18-27.

GRUP THALES. *Didáctica activa para la resolución de problemas de 6º nivel de EGB: Curso 86-87.* Universidad de Granada. Departamento Didáctica de la Matemática, 1987.

GRUP ZERO. «Metodología: La resolución de problemas». *Cuadernos de Pedagogía*, núm. 88 (abril 1982).

GUILFORD, J. P. [*et al.*]. «The role of intellectual factors in problem solving». *Psychological Monographs: General and Applied*, vol. 76, núm. 10, p. 1-21.

HAYES, J. R.; SIMON, H. «Understanding written problem instruction». A: GREGG, L. W. [ed.]. *Knowledge and cognition.* Hillsdale: CEA, 1974.

HAYMAN, John. *Investigación y educación.* Paidós Educador, 1984.

HEDELIN, L.; SJOBERG, L. «The development of interests in the Swedish comprehensive school». *European of Psychology of Education*, vol. IV, núm. 1 (1989), p. 17-35.

HOLLANDER, S. «Oral reading accuracy and ability to solve arithmetic word problems». *School Science and Mathematics*, vol. 90, núm. 1 (gener 1990).

HOOTEN [*et al.*]. «Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics». *RIE*, vol. XIV (agost 1980): *Teaching aritmetic in the elementary school.*

HUGHES, M. *Los niños y los números: Las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.* Barcelona: Planeta, 1986.

ISUS, S. «La resolución de problemas aritméticos: Apuntes de Educación». *Nuevas Tecnologías*, núm. 31 (oct.-des. 1988).

— «Orientaciones curriculares en la resolución de problemas aritméticos verbales». A: *Temas actuales sobre psicopedagogía y didáctica.* Ed. Narcea, 1988. [II Congreso Nacional Vasco]

JERMAN, M.; REES, R. «Predicting the relative difficulty of verbal arithmetic problems». *Educational Studies in Mathematics*, vol. 5 (1974).

Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas. Universidad Autónoma de Barcelona. Instituto de Ciencias de la Educación, maig 1981.

JUAN, V. C.; ORERO, J. C. «Calculadoras». *Cuadernos de Pedagogía* [Barcelona], núm. 182 (1990).

JUDD, T.; HICKSON, L. «Comprehension and memoru in the solution of verbal arithmetic problems by mentally retarded and nonretarded individuals». *International Psychology*, vol. 4 (1989), p. 541-546.

KAHNEY, H. «Problem solving by novice programmers». A: GREEN, T.; PAYNE, S. J.; VAN DEER VERR [ed.]. *The psychology of computer use.* Londres: Academic Press, 1983.

KATHLEEN, M. «Twenty questions about student errors». *Journal of Research and Science Teaching*, vol. 23 (1986).

KEMMIS, S. *El currículum: Más allá de la teoría de la reproducción.* Madrid: Morata, 1988.

KILPATRICK, J. «Research on problem solving in mathematics». *School, Science and Mathematics*, núm. 78 (1978), p. 189-192.

KLAUER, K. J. «Teaching for analogical transfer as a means of problem-solving, thinking and learning». *Instructional Science: An International Journal*, vol. 18, núm. 3 (1989), p. 179-193.

KLINE, M. *El fracaso de la matemática moderna.* Madrid: Siglo XXI de España, 1978.

La enseñanza de la matemática a debate. Madrid: MEC. Subdirección General de Perfeccionamiento del Profesorado, 1985.

LABARRERE. *Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria.* L'Havana: Ed. Pueblo y Educación, 1987.

LANGSFORD, P. E. «Arithmetical word problems: thinking in the versus thinking on the table». *Educational Studies in Mathematics*, núm. 17 (1986).

— *El desarrollo del pensamiento conceptual en la escuela primaria.* Barcelona: MEC-Paidós, 1989.

LAPOINTE, A. E.; MEAD, N. A.; PHILIPS, G. W. *Un mundo de diferencias: Un estudio internacional de evaluación de las matemáticas y las ciencias.* Madrid: CIDE, 1989.

LESH, R. «Applied mathematical problem solving». *Educational Studies in Mathematics* [Dordrecht, Boston] (1981).

LOMAX, R. G. «A guide to multiple-sample structural equation modeling». *Behavior Research Methods of Instrumentation*, vol. 15, núm. 6 (1983), p. 580-584.

LÓPEZ FEAL, R. *Los modelos causales asociados a estructuras de covarianza: Una vía para la unificación de los «dos métodos de la psicología científica».* Universitat de Barcelona. Departament de Psicologia Experimental, 1989.

LOVELL, K. *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños.* Madrid: Morata, 1986.

LURIA, A. R.; TSVETKOVA, L. S. *La resolución de problemas y sus trastornos.* Barcelona: Fontanella, 1981.

MACIÀ, A. «El modelo de ecuaciones estructurales en la investigación psicológica». *Revista de Psicología General y Aplicada*, vol. 38, núm. 3 (1983).

MANZANO, V. *Domine el SPSS-PC+*. Madrid: Ed. Rama, 1989.

Marc curricular per a l'ensenyament obligatori. Barcelona: Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament, 1986.

MARTÍNEZ, J. M.; PARADIS, J. «El aprendizaje de las matemáticas». *Cuadernos de Pedagogía*, núm. 88.

MASSON, John. *Pensar matemáticamente...* Barcelona: Labor; Madrid: Centro de publicaciones MEC, 1988.

MCCOY, Leah P. «Literature relating critical skills for problem solving in mathematics and computer programming». *School Science and Mathematics*, vol. 90, núm. 1 (gener 1990).

MCLEOD, D. B.; ADAMS, V. M. «Affect and mathematical problem solving». *Perspective Educational Researcher*, vol. 19, núm. 1 (gen.-feb. 1990).

MEIRING, Steven P. «Problem solving. A basic mathematics Goal, 2: A resource for problem solving». *RIE* (setembre 1980).

MIALARET, G. *Las matemáticas: Cómo se aprenden, cómo se enseñan*. Madrid: Visor, 1984.

MIRA, R. M. *Com fer viure la matemàtica a l'escola*. Barcelona: CEAC, 1987.

MIRANDA, A.; FORTES, M. C. «Aplicación de las técnicas cognitivo-comportamentales en la resolución de problemas de matemáticas». *Revista de Psicología de la Educación*, vol. 1, núm. 2 (1989).

MOLINA, Santiago; GARCÍA, Enrique. «El éxito y el fracaso escolar en la EGB». *Cuadernos de Pedagogía* [Laia] (1988).

MOSES, Barbara. «The effects of spatial instruction on mathematical problem solving performance». *RIE* (abril 1970).

NICKERSON, R. [*et al.*]. *Enseñar a pensar: Aspectos de la aptitud intelectual*. Mèxic: Paidós-MEC, 1987.

NORTES CHECA; MARTÍNEZ, R. «La actitud hacia las matemáticas: un estudio en 6º de EGB». *Bordón*, vol. 41, núm. 1 (1988).

NORWICH, B. «Self-efficacy and mathematics achievement. A study of their relation». *Journal of Educational Psychology*, vol. 79, núm. 4 (1987).

OÑOBRE DE TORRE, Ana M. «Solo ante el problema». *Cuadernos de Pedagogía* (novembre 1989).

Orientacions i programes: Cicle inicial d'educació general bàsica. Barcelona: Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament, 1983.

Orientacions i programes: Cicle mitjà d'educació general bàsica. Barcelona: Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament, 1983.

OROZCO, M. «Procedimientos de los niños y estrategias de enseñanza: un método para enseñar aritmética». *Tercer Seminario Nacional de Investigación en Educación*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional, 1985.

— «Resolució de problemes aritmètics. Quan hom perd, sent que l'han ofès». *Guix*, núm. 116.

ORTON, A. *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Morata-MEC, 1990.

PARDO DE LA SANDE, I. N. *Didáctica de la matemática para la escuela primaria*. Argentina: El Ateneo, 1987.

PEREDA ORTIZ DEL RÍO, L. *Didáctica de la resolución de problemas*, 1985. (Magisterio-Derio)

PIAGET, J.; BETH, E. W. *Epistemología matemática y psicología crítica*. Grupo Editorial Grijalbo, 1980.

POLYA, G. *Mathematical discovery: On understanding, learning and teaching problem solving*. Nova York: Wiley, 1968.

— *Cómo plantear y resolver problemas*. Mèxic: Trillas, 1985.

PRADA VICENTE, M. D. «Diseño de una experiencia: Una didáctica centrada en la comprensión de los conceptos y en la resolución de problemas en matemáticas». *BORDON*, vol. 41, núm. 1 (1985).

PUIG, L.; CERDÁN, F. *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Ed. Síntesis, 1988.

«¿Qué matemáticas?». *Cuadernos de Pedagogía* [Barcelona], núm. 166 (1989).

QUINN, B.; JADAV, A. «Causal relationship between attitude and achievement for elementary grade mathematics and reading». *The Journal of Educational Research*, vol. 80, núm. 6 (1987), p. 366-373.

RATHS, L. E. [*et al.*]. *Cómo enseñar a pensar: Teoría y aplicación.* Mèxic: Paidós, 1988.

RIVIÈRE, V.; LUELMO, M. J. «Síntesis de la propuesta. Nuevas áreas curriculares de matemáticas». *Cuadernos de Pedagogía* [Barcelona], núm. 182 (1990).

ROMAN, Richard Allan. «Teaching problem solving and mathematics by computer: An interin report». *RIE* (juny 1975).

RUBIA, Domingo de la. «Un problema cualquiera». *SUMA* [Sevilla], núm. 2 (1989).

SASTRE, G.; MORENO, M. *Descubrimiento y construcción de conocimientos.* Barcelona: Gedisa, 1980.

SCHOENFELD, A. H. «Measures of problem-solving, performance and problem-solving instruction». *Journal for Research in Mathematics*, vol. 13, núm. 1, p. 31-49.

— *Sugerencias para la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: La enseñanza de la matemática a debate.* MEC. Servicio de publicaciones, 1985.

SINCLAIR, H. «Young children's acquisition of language and understanding of mathematics». Ginebra: Universitat de Ginebra, 1985.

SKEMP, R. *Psicología del aprendizaje de las matemáticas.* Madrid: Ediciones Morata, 1980.

SOLER, R. «Matemàtiques, la realitat quantificada». *Guix,* núm. 116. [E. m. Pau Vila]

SOLER I ROVIRA, R. *Evolució del concepte de problema matemàtic en el nen.* Barcelona: Institut Municipal d'Educació, 1989.

STEFFE, Leslie [*et al.*]. «Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics». *RIE*, vol. VII (agost 1980): *Children's capacity for learning mathematic.*

STENHOUSE, L. *Investigación y desarrollo del currículum.* Madrid: Morata, 1987.

SWELLER, J. «Cognitive technology: some procedures for facilitating learning and problem solving in mathematics and science». *Journal of Educational Psychology*, vol. 81, núm. 4 (1989), p. 459-466.

THOMSON, Maynard [*et al.*]. «Experiences in problem solving. Mathematics-methods program unit». *RIE* (febrer 1983).

THREADGILL-SOWDER, J.; MOYER, J.; MOYER, M. «Cognitive variables and performance on mathematical story problems». *Journal Experimental Education* (1986), p. 56-61.

TITONE, Renzo. *Psicodidáctica.* Ed. Narcea, 1981.

TORANZOS, F. *Enseñanza de la matemática.* Ed. Kapelusz, 1963.

TRILLAS, E.; RIERA, T. «Amauterismes sobre les probabilitats, els mestres i els nens». *Perspectiva Escolar*, núm. 12 (febrer 1977).

UNESCO. *Études sur l'enseignement des mathematiques.* Direcció de Robert Morris. París: UNESCO, 1986.

VAYDIA, Sheil [*et al.*]. «Field-dependence-independence and mathematics problem solving». *RIE* (agost 1981).

WEARNE, D. «Development of a test of mathematical problem solving wich yields. A comprehension, application, and problem solving score. Technical report». *RIE*, núm. 407 (1978).

WHITE, Stephen. *Matemática y nueva pedagogía.* Promoción Cultural SA, 1973.

WILLIS, G.; FUSON, K. «Teaching children to use schematic drawings to solve addition and substraction word problems». *Journal of Educational Psychology*, vol. 80, núm. 2 (1988), p. 192-201.

ZALEWSKI, D. «Discovering an algebraic solution for the water jars problem». *School Science and Mathematics*, vol. 90, núm. 1 (gener 1990).

9. ANNEX

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
En David va agafar 15 roses del roser, i la Clara, 12. Quantes roses van agafar entre tots dos?	1	1	A	19	7
En Felip té 12 pilotes i en Marcel en té 17. Quantes pilotes més té en Marcel?	2	1	A	69	17
L'Oriol menja 4 pastes i la Laia en menja 6. Quantes pastes mengen entre tots dos?	3	1	A	37	12
En Joan té 3 caramels i la Maria en té 8. Quants caramels tenen entre tots dos?	4	1	A	8	3
Hi ha 16 margarides al jardí i en Josep en talla 2 per a la Rosa i 4 per posar en el gerro. Quantes margarides queden al jardí?	5	1	A	71	19
Tinc 7 botons verds i 5 de vermells. Quants botons tinc en total?	6	1	A	29	10
En Joan té 12 llapis en una capsa. Ha perdut 4 llapis. Quants n'hi queden?	7	1	A	59	15
Quantes roses han agafat entre en David i la Clara si en David n'ha agafat 15 i la clara 12?	1	1	B	24	9
La Rosa ha llegit un conte de 10 pàgines i en Raül, un de 13 pàgines. Quantes pàgines han llegit entre tots dos? Quantes pàgines més ha llegit en Raül?	2	1	B	68	16

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
L'Oriol menja 4 pastes i la Laia en menja 6. Quantes pastes mengen entre tots dos?	3	1	B	4	2

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
En Jordi té 4 bales i en Marcel en té 5 més que en Jordi. Quantes bales tenen entre tots dos?	4	1	B	98	21

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
La Maria posa 10 retoladors a l'estoig i la seva germana Núria n'hi posa 8; després en treuen 3. Quants retoladors queden a l'estoig?	5	1	B	81	20

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
Tinc 18 boles verdes i 4 de vermelles. Quantes boles tinc en total?	6	1	B	11	5

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
En un cirerer hi ha 48 cireres. N'hem agafat 26. Quantes en queden al cirerer?	7	1	B	55	14

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
En David va agafar 15 roses del roser i la Clara en va agafar 12. Volem saber el nombre de roses que han agafat entre tots dos.	1	1	C	15	6

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
La Mercè ha menjat 8 ametlles i la Maria, 11. Quantes ametlles han menjat entre totes dues? Quantes ametlles més ha menjat la Maria?	2	1	C	70	18

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
L'Oriol menja 4 pastes i la Laia en menja 6. Quantes pastes han menjat entre tots dos?	3	1	C	2	1

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
La Rosa té 15 gomes en un pot i n'ha donat 4 a la seva germana. Quantes gomes queden al pot?	4	1	C	21	8

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
Tinc 14 colors en un estoig i 5 en un altre. Quants colors tinc en total?	5	1	C	9	4
El prestatge de la Roser té 8 llibres i el de la Marina en té 6. Quants llibres tenen entre totes dues? Quants llibres més té la Roser?	6	1	C	51	13
En una pomera hi ha 8 pomes. N'hem agafat 3. Quantes pomes queden a la pomera?	6	1	C	34	11
Per postres hem comprat 5 gelats que valen 7 pessetes cadascun. Quant ens hem gastat?	1	2	A	42	12
Hi ha 800 cotxes en un aparcament. En surten 200 cotxes. Quants cotxes queden? Després hi entren 300 cotxes. Quants cotxes hi ha ara?	2	2	A	26	7
Quantes rodes tenen tres bicicletes juntes?	3	2	A	7	4
En Joan vol tenir el doble de joguines que l'Albert i l'Albert en té 8. Si la seva mare li dóna 6 joguines, quantes n'hi faltaran per tenir-ne el doble que l'Albert?	4	2	B	97	21
Quantes pessetes tenen entre tots tres?	5	2	A	5	3
Quants iogurts hi ha?	6	2	A	3	2

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
Tenim 28 caramels per repartir entre 4 nenes. Quants en tocaran a cadascuna?	7	2	A	80	18
Quants llibres regala el mestre si a cada nen que treu excel·lent li regala 2 llibres i hi ha cinc nens que han tret excel·lent?	1	2	B	33	11
Hi ha 800 cotxes en un aparcament. En surten 200 cotxes. Quants cotxes hi queden? Després hi entren 300 cotxes. Quants cotxes hi ha ara?	2	2	B	20	6
Quantes rodes tenen tres bicicletes juntes?	3	2	B	1	1
L'Oriol compra mitja dotzena de bales a 12 pessetes cadascuna. Quantes pessetes es gasta?	4	2	A	64	17
Quants kilograms més pesa l'Andreu que en Jordi?	5	2	B	18	5
Volem comprar 18 fitxes a cada nen i en total hi ha 4 nens. Quantes fitxes haurem de tenir?	6	2	B	52	15
A classe hi ha 6 taules i volem posar a cada taula el mateix número de colors. Si tenim 48 colors, quants en tocaran a cada taula?	7	2	B	84	19
M'agradaria saber quant val una capsa de 8 formatges si cadascun val 9 pessetes.	1	2	C	44	13

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
Hi ha 800 cotxes en un aparcament. En surten 200 cotxes. Quants cotxes hi queden? Després hi entren 300 cotxes. Quants cotxes hi ha ara?	2	2	C	32	10

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
Quantes rodes tenen tres bicicletes juntes?	3	2	C	27	8

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
La Maria té tres vestits per a la nina i la Joana en té 4 més que la Maria. Si jo en vull tenir el triple que la Joana, quants n'he de tenir?	4	2	C	91	20

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
Quantes pessetes haurà d'afegir la mare d'en Pau si en Pau vol comprar un trencaclosques que val 347 pessetes i només en porta 320?	5	2	C	28	9

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
En un concurs de dibuix es volen premiar els cinc millors donant 452 pessetes a cada guanyador. Quantes pessetes es necessiten?	6	2	C	63	16

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
El llibrer ens ha regalat 8 contes per repartir entre 4 nens. Quants en tocaran a cada nen?	7	2	C	48	14

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
Al llarg del mes el meu pare ha cobrat: 85.000 pessetes de sou, 82.000 pessetes de comissions i 8.000 pessetes d'hores extraordinàries. La meva mare ha gastat 83.000 pessetes per al menjar i per a la casa. Quantes pessetes queden?	1	3	A	36	7

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
El carter surt de correus amb 25 paquets. En deixa 7 a les primeres cases del carrer Major, 5 més endavant i al final n'entrega 3. Quants paquets ha entregat en tot el carrer Major? Quants paquets li queden quan ha acabat de repartir pel carrer Major?	2	3	A	60	17

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
Per fer un vestit es necessiten 3 metres de roba. Per fer 4 vestits es necessitaran • metres de roba.	3	3	A	10	2

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
L'Àlex viu a 600 metres de l'escola i l'Oriol viu a la meitat de distància que viu l'Àlex. A quants metres de distància de l'escola viu l'Oriol?	4	3	A	16	4

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
En una capsa hi ha una dotzena de tassetes de cafè. En tenim 48 capses i 7 tassetes més. Quantes tassetes de cafè tenim?	5	3	A	73	19

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
Si una persona treballa diàriament 7 hores, quantes hores treballarà en 27 dies?	6	3	A	25	6

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
Un abonament per a quatre viatges costa 260 pessetes. Quant valdrà el viatge?	7	3	A	57	16

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
Quants diners ens queden sabent que el meu pare guanya 85.000 pessetes de sou, 22.000 pessetes de comissions i 8.000 pessetes d'hores extraordinàries, i que la meva mare ha gastat entre el menjar i la casa 83.000 pessetes?	1	3	B	47	12

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
El carter surt de correus amb 25 paquets. En deixa 7 a les primeres cases del carrer Major, 5 més endavant i al final n'entrega 3. Quants paquets ha entregat en tot el carrer Major? Quants paquets li queden quan ha acabat de repartir pel carrer Major?	2	3	B	56	15

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
Quants metres de roba es necessitarien per fer 4 vestits si en necessitem 3 metres per a cadascun?	3	3	B	6	4

En Josep viu a 480 metres de l'escola i en Joan viu a la tercera part de la distància d'en Josep. A quants metres de distància de l'escola viu en Joan?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
4	3	B	53	14

En una capsa hi ha una dotzena de tassetes de cafè. Comprem 48 capses, però en treure-les de la capsa se'ns trenquen 7 tassetes. Quantes tassetes tenim?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
5	3	B	77	20

Vull regalar un bolígraf amb estoig que val 545 pessetes als tres oncles meus. Quantes pessetes necessito?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
6	3	B	38	8

Disposem de 225 metres de roba i en necessitem 5 metres per a una cortina. Quantes cortines podem fer?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
7	3	B	50	13

M'agradaria saber els diners disponibles d'aquest mes per poder comprar un regal al meu germà. El meu pare ha guanyat:
85.000 pessetes de sou,
22.000 pessetes de comissions i
8.000 pessetes d'hores extraordinàries.
La meva mare ha gastat per al menjar i altres coses de casa 83.000 pessetes.

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
1	3	C	40	10

El carter surt de correus amb 25 paquets. En deixa 7 a les primeres cases del carrer Major, 5 més endavant i al final n'entrega 3. Quants paquets ha entregat en tot el carrer Major? Quants paquets li queden quan ha acabat de repartir pel carrer Major?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
2	3	C	39	9

Quants metres de roba es necessiten per fer 4 vestits si necessitem 3 metres de roba per a cadascun?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
3	3	C	14	3

La Maria viu a 480 metres de l'escola i la Rosa viu a una quarta part de la distància de la Maria. A quants metres de distància de l'escola viu la Rosa?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
4	3	C	43	11

Un comerciant compra 35 dotzenes d'ous a 90 pessetes la dotzena i els ven a 120 pessetes la dotzena. Quant hi guanya per dotzena? Quant guanya en total?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
5	3	C	100	21

Un comerciant compra 28 dotzenes d'ous a 98 pessetes la dotzena. Quants diners valen els ous que ha comprat?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
6	3	C	67	18

Quants diners toquen a cada un dels 4 germans si l'àvia en té 44 per repartir?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
7	3	C	22	5

Un senyor va guanyar 100.000 pessetes en un cupó i el va repartir així:

— una quarta part per a la seva dona
— 15.000 pessetes per a cadascun dels seus quatre fills i
— els diners restants els va repartir entre els néts.

Quants diners van tocar als néts?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
1	4	A	78	9

Tres nens mesuren les cordes de les seves baldufes:

Carme ..... 1,12 m
Jordi ..... 1,08 m
Esteve ..... 1,21 m

Quina és la corda més llarga? Quina és la corda més curta? Quant mesuren entre totes tres?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
2	4	A	23	2

Endevina el número que, sumant-li 0,827 i restant-li 1,524, dóna 1,6136.

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
3	4	A	74	7

En Pere pensa un número. Si li suma 8, el divideix per 16 i li suma 13 dóna 17. Quin número és?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
4	4	A	102	19

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
Quant pesen tots els cacaus si la bossa de cacaus de la Maria pesa 2,230 kg i la de la Roser pesa 2,346 kg?	5	4	A	85	13

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
Quantes lires em donarà el banc si vull canviar 18.700 pessetes a lires i el canvi està a 8,97 lires per pesseta?	6	4	A	89	14

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
Per celebrar l'aniversari d'en Joan els seus amics s'han menjat les 5/9 parts del pastís i els seus cosins se n'han menjat les 4/9 parts que quedaven. Quina part del pastís s'han menjat entre tots?	7	4	A	82	11

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
Els alumnes de cinquè s'han posat en fileres de tres en tres i a cada fila n'hi ha dotze. Quants alumnes hi ha a cinquè?	1	5	A	12	1

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
La meva germana compra una capsa de 20 retoladors que valen 260 ptes. i 3 quaderns de 75 ptes. cadascun. Paga amb un bitllet de 2.000 ptes. Quantes ptes. li tornen? Quant val cada retolador? Si la capsa de retoladors en portés 16, quantes ptes. li haurien tornat?	2	5	A	88	16

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
El pam d'un nen mesura 17 cm. La corda de saltar mesura 16 pams dels seus. Quants metres són?	3	5	A	45	6

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
La Pepa té 342 pessetes i la seva germana Mercè en té 210. Quantes pessetes haurà de tornar la Pepa a la Mercè per tal que totes dues en tinguin igual?	4	5	A	86	14

	núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
Quina és la suma de quatre números si el primer és 427,32 i els següents són iguals a l'anterior més 12,75?	5	5	A	96	20

Necessito 10,6 cm de cinta per a la cua del cabell. Si som 10 nenes, quants cm de cinta necessitarem?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
6	5	A	31	4

En Lluís va llegir el dissabte 1/5 d'un llibre, i el diumenge, 3/5 del mateix llibre. Quina fracció del llibre va llegir en Lluís aquest cap de setmana?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
7	5	A	46	7

Quant valdran 1 hm, 2 dm i 3 m de roba si cada metre val 235 pessetes?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
1	5	B	65	11

La meva germana compra una capsa de 20 retoladors que valen 260 ptes. i 3 quaderns de 75 ptes. cadascun. Paga amb un bitllet de 2.000 ptes. Quantes ptes. li tornen? Quant val cada retolador? Si la capsa de retoladors en portés 16, quantes ptes. li haurien tornat?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
2	5	B	87	15

Quants avions aterren en un dia si cada 10 minuts n'aterra un?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
3	5	B	41	5

La suma de tres nombres és 15.724. Els dos primers sumen 8.693 i el segon és 4.595. Busca els tres nombres.

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
4	5	B	92	18

Quants kilòmetres li queden per recórrer al ciclista si la cursa és de 1.100 km i ha recorregut en la primera etapa 145,82 km, en la segona etapa 136,65 km i en la tercera etapa 162,62 km?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
5	5	B	49	8

Per instal·lar la llum a 100 cases disposem de 12.467 m de fil. Quants metres de fil toquen per casa?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
6	5	B	30	3

S'han pintat amb vermell els 3/10 d'un segment i amb blau els 6/10 d'aquest segment. Quina fracció del segment queda sense pintar?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
7	5	B	75	13

Quants diners ingressa una família al mes si el pare té un sou de 123.750 ptes., la mare guanya 98.260 ptes. i l'avi té una pensió de 43.768 ptes.?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
1	5	B	62	5

En una pastisseria venen diàriament 55 pastissos de 540 ptes. cadascun i 34 capses de 20 bombons a 400 ptes. la capsa. Quant ingressen a la setmana? Si tinguessin capses de 60 bombons, quant costaria la capsa?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
2	4	B	66	6

De 10 metres de roba, se n'han tallat 3 trossos de 0,8 metres cadascun i cinc trossos d'1,3 metres. Quants metres de roba queden?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
3	4	B	101	18

En un magatzem comprem 2 hg, 8 dg d'arròs cada setmana. Quants dg hem comprat al cap de 6 setmanes?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
4	4	B	103	20

Una vaca va donar en un dia 24,6 litres de llet. L'endemà en va donar 32,2 litres. Quin dia va donar més litres? Quants litres va donar entre tots dos dies?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
5	4	B	17	1

El meu pare va dir a un oncle molt ric: «Estaria content si em deixessis d'herència la centena part del que tens.» L'oncle tenia 254.367.987 ptes. i va satisfer els seus desitjos. Quants diners li van tocar al meu pare?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
6	4	B	99	17

Quants litres de llet conté un vol si és ple fins a 3/4 parts i la seva capacitat total és de 8 litres?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
7	4	B	83	12

Els pares d'en Josep volen saber quants anys necessitaran per comprar una casa de 9,8 milions si estalvien cada mes 60.000 ptes.

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
1	4	C	76	8

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
1	4	C	76	8

Tres nens mesuren les cordes de les seves baldufes:

Carme . . . . . .1,12 m
Jordi . . . . . .1,08 m
Esteve . . . . . .1,21 m

Quina corda és la més llarga? Quina corda és la més curta? Quant mesuren entre totes tres?

Endevina el número que, sumant-li 0,827 i restant-li 1,524, dóna 1,6135.

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
3	4	C	95	16

En Pere pensa un número. Si li suma 8, el divideix per 16 i li suma 13, dóna 17. Quin número és?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
4	4	C	104	21

Quant pesen tots els cacaus si la bossa de cacaus de la Maria pesa 2,230 kg i la de la Roser pesa 2,346 kg?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
5	4	C	35	3

Quantes lires em donaran al banc si vull canviar 18.700 pessetes a lires i el canvi està a 8,97 lires per pesseta?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
6	4	C	93	15

Per celebrar l'aniversari d'en Joan els seus amics s'han menjat les 5/9 parts del pastís i els seus cosins se n'han menjat les 4/9 parts que quedaven. Quina part del pastís s'han menjat entre tots?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
7	4	C	79	10

La meva mare vol saber si en té prou amb un bitllet de 1.000 ptes. per comprar 3 ampolles d'oli a 210 ptes. cadascuna i 5 litres de llet a 102 ptes. cada litre.

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
1	5	C	13	2

La meva germana compra una capsa de 20 retoladors que valen 260 ptes. i 3 quaderns de 75 ptes. cadascun. Paga amb un bitllet de 2.000 ptes. Quantes ptes. li tornen? Quant val cada retolador? Si la capsa de retoladors en portés 16, quantes ptes. li haurien tornat?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
2	5	C	90	17

Una senyora s'ha gastat al mercat 840 ptes. per comprar fruita. Ha comprat 6 kilograms de pomes a 80 ptes. el kilogram i 3 kilograms de peres. Quant li va costar el kilogram de peres?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
3	5	C	72	12

A l'hora de repartir caramels a certa quantitat de nens, en toquen 3 a cadascú i en sobren 15. Afegim 3 caramels perquè en toqui un altre. Quants nens hi ha? Quants caramels hi havia?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
4	5	C	105	21

Troba l'alçada de la segona i tercera torre sabent que la primera torre mesura 86,5 metres, la segona mesura 42,78 metres més que la primera i la tercera mesura 17,756 menys que la segona.

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
5	5	C	61	10

A l'escola som 546 alumnes i es reparteixen 7,8 grams de sucre a cada nen. Quants grams de sucre necessitem?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
6	5	C	54	9

Tinc 18 caramels. El dissabte me'n vaig menjar 2/6 i el diumenge 3/6. Quina fracció de caramels em vaig menjar entre tots dos dies? Quants caramels m'he menjat?

núm.	curs	opció	ord. gral	ord. curs
7	5	C	94	19